

# Вялые ошибки и их роль в развитии естествознания

Ю.А. Рылов

Институт проблем механики РАН,  
117526, Москва, пр. Вернадского 101-1  
email: rylov@ipmnet.ru

## Аннотация

Показывается, что в основаниях естествознания могут возникать вялые ошибки, т.е. ошибки, не исправляемые в течение длительного времени (несколько десятилетий или даже столетий). Например, вялой ошибкой было утверждение о неподвижности Земли в доктрине Птолемея. Показано, что вялая ошибка существует в настоящее время в основаниях неевклидовой геометрии. Исследуются последствия этой ошибки. Длительное существование ошибки в основаниях науки не останавливает развитие науки, но оно идет по тупиковому пути, что порождает особую форму научной теории, называемую компенсирующей концепцией. Возникновение компенсирующей концепции сопровождается выработкой особого прагматичного стиля научных исследований, хорошо приспособленного для работы в условиях существования вялой ошибки, но мало приспособленного для работы с теорией, в основаниях которой ошибок нет. Наоборот, классический стиль научных исследований хорош при работе с теорией, в которой нет ошибок, но не годится для работы с компенсирующей концепцией, когда в основаниях теории имеется ошибка. Обнаружение ошибки и ее исправление (или наоборот, появление ошибки) влечет за собой изменение стиля научных исследований. Менее эффективный стиль сменяется на более эффективный в данных условиях. Стиль научных исследований связан с длительным процессом подготовки и воспитания исследователей. Он очень консервативен, поэтому смена стилей научного исследования сопровождается конфликтами в научном сообществе.

## 1 Введение

Людам свойственно ошибаться. Лучше всего это знают программисты, для которых существенна любая ошибка, вроде пропущенной запятой или лишней точки. В программировании разработаны специальные методы, позволяющие

избегать ошибок и выявлять их, если они появляются. Но ошибаются не только программисты. Ошибки появляются в процессе развития любой естественной науки. Обычно ошибку достаточно быстро находят, и на этом проблема закрывается. Ошибки являются естественным продуктом процесса познания. Неточная или недостаточно полная информация об изучаемом явлении приводит к ошибочным и неточным представлениям о нем. Ошибки такого сорта обычно легко преодолеваются и исправляются по мере накопления знаний.

Однако, бывают застарелые ошибки. Они связаны с определенными предубеждениями естествоиспытателей, которые по каким-то причинам не хотят или не могут обнаружить и исправить появившуюся ошибку. В этом случае развитие процесса познания и накопление информации приводит не к исправлению ошибки, а к созданию и развитию некоторой концепции, компенсирующей нежелательные следствия совершенной ошибки. Застарелые ошибки не обнаруживаются в течение нескольких десятилетий или даже столетий. Научное сообщество привыкает к ошибке и приспособляется жить с ней. Такие ошибки подобны застарелой вяло протекающей хронической болезни, которая то ли есть, то ли ее нет, но которая тем не менее отравляет организм и нарушает его нормальное развитие. Такого рода ошибки мы будем называть вялыми.

Роль вялых ошибок в процессе развития естествознания очень велика именно потому, что ошибку не удается обнаружить в течение очень долгого времени (несколько десятилетий), и она влияет на процесс формирования нескольких поколений естествоиспытателей. Более того она влияет на сам способ их мышления и причем не в лучшую сторону. Характерной особенностью вялой ошибки является то, что она может быть скомпенсирована с помощью некоторых дополнительных построений. В результате создания таких компенсирующих концепций достигается согласие теории с экспериментами и наблюдениями. Поскольку расхождений с опытными данными нет, то ничто не говорит о наличии ошибки, и вялую ошибку очень долго не удается обнаружить и исправить.

В процессе работы с компенсирующими концепциями вырабатывается особый стиль научного исследования, существенно отличающийся от классического стиля исследований. Этот стиль мы будем для краткости называть П-стилем, поскольку для него характерен прагматизм, который доминирует над логикой и внутренней непротиворечивостью теории, что естественно, когда приходится работать с концепциями, содержащими неправильные положения. Под классическим стилем исследований понимается стиль научных исследований, сложившийся в XVIII – XIX веках, когда старая вялая ошибка, связанная с доктриной Птолемея была уже преодолена, а новая вялая ошибка, связанная с созданием неевклидовой геометрии, еще не проявилась. Для классического стиля (К-стиля) научных исследований характерен примат логики и внутренней непротиворечивости над прагматичными устремлениями получить скорейшим образом желаемый результат. Целью настоящих заметок является изучение особенностей этих двух стилей научного исследования и их влияния на развитие научных исследований. Автор заметок использует классический стиль

(К-стиль) исследования (и мышления), и такое исследование по необходимости субъективно. Тем не менее изучение стилей исследования и их сопоставление полезно, поскольку ошибки в процессе научного исследования, по-видимому, неизбежны. Такое исследование представляется полезным также в свете обнаружения новой вялой ошибки и необходимости ее преодоления.

Наиболее известным примером вялой ошибки, просуществовавшей в течение нескольких столетий, является ошибка в небесной механике – древнейшей точной естественной науке. Ошибка состояла в том, что Земля считалась неподвижной и предполагалось, что вся вселенная вращается вокруг Земли. Обычно эту ошибку связывают с именем Клавдия Птолемея, хотя вряд ли он несет за нее ответственность. Скорее всего он получил эту ошибку в наследство от своих предшественников. Ошибку такого сорта совершить очень просто, ведь Земля в то время казалась такой большой, а видимые на небе светила казались такими маленькими по сравнению с ней. Казалось совершенно естественным считать Землю неподвижным центром вселенной. Всякому, кто сомневался в утверждении, что вселенная вращается вокруг Земли, предлагалось наблюдать звездное небо в ясную ночь и убедиться собственными глазами, что все вращается вокруг Земли. Роль Птолемея в развитии небесной механики не в том, что он придумал, что вселенная вращается вокруг неподвижной Земли, а в том, что ему удалось построить научную концепцию, позволяющую правильно предсказывать видимое движение небесных светил, называемых планетами, и компенсирующую тем самым нежелательные последствия неправильного представления о неподвижности Земли. Созданная им компенсирующая концепция, известная как доктрина Птолемея, позволяла правильно описывать движение небесных светил, правильно предсказывать солнечные и лунные затмения. Чем дольше существовала доктрина Птолемея, тем сильнее она внедрялась в сознание естествоиспытателей, и тем труднее было обнаружить вялую ошибку, послужившую причиной создания доктрины Птолемея. Иными словами, с течением времени вялая ошибка все сильнее консервируется в сознании естествоиспытателей и преодолеть ее становится все труднее.

Вялые ошибки характеризуются рядом особенностей, которые мы постараемся изучить на примере появления доктрины Птолемея и ее преодоления Николаем Коперником. Все это представляет не только исторический интерес. Дело в том, что примерно сто пятьдесят лет назад была совершена очередная вялая ошибка. На этот раз ошибка была совершена при создании неевклидовых геометрий. Читатель конца XX века охотно допускает возможность того, что серьезные ошибки могли совершаться много веков назад во времена Птолемея. Но чтобы в XIX веке могла быть совершена серьезная ошибка! И где?! В основаниях геометрии? В это поверить очень трудно... Тем не менее ошибка все-таки была совершена. Ее надо исправлять, и последствия преодоления этой вялой ошибки могут оказаться не менее серьезными и масштабными, чем последствия вялой ошибки, обнаруженной Коперником. Мы попытаемся оценить последствия исправления этой ошибки, основываясь на имеющемся историческом опыте преодоления вялой ошибки, породившей доктрину Птолемея. В чем

же все-таки состоит эта ошибка?

В геометрии<sup>1</sup> существует очень важное понятие – понятие кривой (или линии). Строго говоря, существует, по крайней мере, два различных понятия кривой. В аксиоматическом варианте евклидовой геометрии кривая определяется как предел ломаной линии при неограниченном уменьшении длины ее прямолинейных звеньев. Такое определение кривой мы будем называть метрическим. Оно не имеет отношения к построению геометрии, так как вводится уже после того, как построена геометрия, введено понятие прямой и ясно, что такое отрезки прямой, составляющие звенья ломаной. Метрическое определение кривой используется в тех случаях, когда в уже построенной геометрии нужно решить какую-нибудь задачу, например, описать движение частицы.

Интересуясь проблемой построения геометрии, мы не будем использовать метрическое определение кривой. Для нас важнее другое (топологическое) определение кривой, которое вводится до построения геометрии и обычно используется при ее построении. Согласно этому определению кривая есть множество точек в пространстве, получающееся в результате непрерывного отображения отрезка вещественной оси (например отрезка  $[0;1]$ ) на пространство. Поскольку топологическое определение кривой не содержит каких-либо ссылок на геометрические свойства, то оно может быть введено до построения геометрии и использоваться при ее построении. Однако, оно содержит ссылку на понятие непрерывного отображения, которое требует разъяснений и обоснований. Мы не будем вникать в детали, связанные с возможностью построения непрерывных отображений, так как не намерены обсуждать тот способ построения геометрии, где они используются.

При традиционном аксиоматическом построении евклидовой геометрии понятие кривой не используется, вообще. Оба определения кривой (метрическое и топологическое) приводят к одному и тому же результату и могут рассматриваться как равнозначные. По этой причине иногда их просто не различают, считая, что это одно и то же. Об этом свидетельствует, в частности, то, что для двух разных понятий используется один и тот же термин "кривая". Это обстоятельство было источником того, что кривую рассматривают как геометрический объект, свойственный любому обобщению евклидовой геометрии, т.е. любой геометрии. Если действительно кривая является атрибутом любой геометрии, то понятие кривой можно использовать для построения неевклидовой геометрии.

В неевклидовой геометрии два различных определения кривой приводят к разным, вообще говоря, результатам. Смещение этих двух различных понятий

---

<sup>1</sup>Существует по крайней мере два различных определения геометрии. Одно из них принадлежит Феликсу Клейну [1]. Он определяет геометрию как систему аксиом, трактующих о свойствах элементов геометрии (точках, прямых, плоскостях и т.п.). В соответствии с этим определением геометрии классифицируются по группам преобразований, которые они допускают (аффинная геометрия, проективная геометрия и т.д.)

Мы будем использовать более общее определение, не связанное с конкретным аксиоматическим способом описания геометрии. Геометрия определяется как множество всех утверждений о свойствах всех геометрических объектов (фигур).

является источником ошибки в основаниях современной неевклидовой геометрии, хотя сама ошибка не сводится к простому смешению этих понятий, а имеет более сложную структуру.

При построении геометрии обычно используется некоторый математический инструмент, отличный от самой геометрии. Например, риманова геометрия строится в некоторой криволинейной системе координат, которая представляет собой математический инструмент, не тождественный самой геометрии. Кривая, заданная топологическим определением, не является геометрическим объектом и не имеет отношения к геометрии. Однако, в некоторых случаях кривая может рассматриваться как математический инструмент и использоваться для описания геометрии (так же как и система координат). Утверждение, что кривая не имеет прямого отношения к геометрии, на первый взгляд, кажется странным и сомнительным. Однако, оно может быть легко доказано. Для доказательства достаточно построить евклидову геометрию в терминах понятий, свойственных только самой геометрии [2, 3]. Понятие кривой при таком построении не используется. Это означает, что топологическое понятие кривой не является необходимым для построения геометрии и, следовательно, не может рассматриваться как необходимый (фундаментальный) объект геометрии.

Предвидим недоуменный вопрос читателя о том, а как же быть с таким важным геометрическим объектом как прямая, которая определяется обычно как кратчайшая кривая, соединяющая две заданные точки. Ответ на него очень прост. Прямая, проходящая через две заданные точки  $A$  и  $B$ , определяется как множество точек  $R$ , обладающее определенным метрическим свойством, т.е. расстояния между  $A$ ,  $B$ ,  $R$  должны удовлетворять некоторому соотношению (конкретный вид этого соотношения будет приведен ниже). Прямая определяется как множество, и не содержит ссылки на понятие кривой. Разумеется, при этом нужно быть готовым к тому, что при переходе к неевклидовой геометрии, представляющей собой просто деформацию евклидова пространства, евклидова прямая может превратиться в геометрический объект, отличающийся от одномерной линии.

После того как евклидова геометрия построена, можно ввести кривую с помощью ее метрического определения. При этом кривая становится геометрическим объектом, т.е. некоторым множеством точек в пространстве. Однако, этот геометрический объект не будет фундаментальным, т.е. необходимым для построения геометрии.

Утверждение, что кривая не является фундаментальным (т.е. необходимым для построения геометрии) геометрическим объектом выглядит очень странно и сомнительно. Однако, попытка преодоления вялой ошибки всегда должна выглядеть странной и сомнительной, потому что в этом причина долгой жизни вялых ошибок.

Отложим пока вопрос о том, в какой мере справедливо утверждение о существовании вялой ошибки в геометрии, и перечислим (без доказательства) только следствия этой вялой ошибки. Настаивание на фундаментальности по-

нятия кривой приводит к ограничению класса возможных геометрий, т.е. рассматриваются и исследуются только те геометрии (римановы геометрии), где кривая является фундаментальным геометрическим объектом хотя бы в некоторых случаях. Самое печальное здесь то, что геометрия реального пространства-времени не попадает в этот класс возможных геометрий. В результате приходится использовать геометрию (геометрию Минковского), которая верна только приближенно. В макромире геометрия Минковского является хорошим приближением к реальной геометрии пространства-времени, но в микромире она просто неверна. По этой причине пришлось создать компенсирующую концепцию, известную как квантовая теория. Мы увидим далее, что квантовая теория обладает многими чертами компенсирующей концепции и в этом смысле имеет много общего с доктриной Птолемея [4]. Квантовая теория (как и доктрина Птолемея) прекрасно описывает большой класс природных явлений. Квантовая теория (как и доктрина Птолемея) предстает как хаотический набор различных правил, не связанных между собой логически. Это впечатление особенно сильно при первом знакомстве с квантовой теорией. Есть и другие общие черты, о которых будет сказано ниже. Все это вселяет надежду, что после преодоления вялой ошибки в геометрии удастся выйти на новый этап в исследовании явлений микромира, как это было с небесной механикой после преодоления Коперником вялой ошибки в доктрине Птолемея. Однако, вряд ли это произойдет скоро, так как инерция привычных представлений, содержащих вялую ошибку очень велика, и на страже вялой ошибки стоит П-стиль, порожденный ею. Напомним в этой связи, что момент преодоления Коперником вялой ошибки в доктрине Птолемея и создание механики Исааком Ньютоном (это был новый этап в развитии естествознания) разделяет почти полтора столетия.

Трудность обнаружения вялой ошибки связана с тем, что ошибка совершается в одной области знаний, а проявляется в – другой. В случае доктрины Птолемея ошибка проявилась в небесной механике, а совершена она была в другой области. Дело в том, что если бы во время Птолемея Земля считалась планетой, то никаких проблем бы не возникло. Но Земля, рассматривалась как центр вселенной, а не как одна из планет. Главная ошибка была в этом. Все остальное было следствием. Но это утверждение выходит за рамки небесной механики и не является объектом ее изучения. Это утверждение есть часть мировоззрения. В наше время ошибка в основаниях неевклидовой геометрии проявляется в динамике микрочастиц. Естественно, что специалисты в области динамики пытаются решать возникшие проблемы методами динамики, рассматривая геометрию, как нечто данное и не подлежащее пересмотру, хотя попытки пересмотра геометрии тоже были.

Далее мы рассмотрим вялую ошибку в современной геометрии, а доктрина Птолемея нам понадобится как модель компенсирующей теории, порожденной вялой ошибкой, на примере которой удобно изучать свойства вялой ошибки и порожденных ею явлений.

## 2 Вялая ошибка в современной геометрии

В геометрии свойство кривой быть фундаментальным геометрическим объектом евклидовой геометрии (т.е. специальное свойство евклидовой геометрии) приписывается любой геометрии, т.е. геометрии, вообще. Такую ошибку очень легко совершить в силу ассоциативной способности человеческого мышления.

В самом деле, евклидова геометрия обычно описывается в декартовой системе координат. Евклидова геометрия как объект изучения имеет свои свойства и особенности, а декартова система координат как способ описания геометрии – свои. Когда евклидова геометрия описывается только в декартовой системе координат, а декартова система координат применяется только к евклидовой геометрии, происходит ассоциация понятий евклидовой геометрии и декартовой системы координат. Возникает впечатление, что евклидова геометрия и декартова система координат это две разные стороны одного и того же объекта, или даже, что евклидова геометрия и декартова система координат это почти одно и то же. Другими словами, говоря об евклидовой геометрии, мы подразумеваем, что она описывается в декартовой системе координат, а говоря о декартовой системе координат, мы подразумеваем, что она применяется к евклидовой геометрии.

История математики свидетельствует, что осознание возможности существования неевклидовой геометрии было процессом трудным и болезненным для научного сообщества. Истинные причины этого не очень понятны, но, по-видимому, не последнюю роль в этом сыграла ассоциативная способность человеческого мышления. Появление неевклидовой геометрии связано с именами Николая Лобачевского, Яноши Бойяи и Бернгарда Римана. По свидетельству Феликса Клейна [5], позднее стало известно, что величайший немецкий математик Карл Гаусс тоже работал над неевклидовой геометрией и проявлял живейший интерес к работам по этой дисциплине. Однако, работ своих по неевклидовой геометрии он не публиковал. Клейн интерпретирует это в том смысле, что Гаусс воздерживался от публикации, сознавая неготовность научного сообщества к восприятию идей неевклидовой геометрии. Такая неготовность действительно была, и неевклидова геометрия "рождалась в муках".

Лобачевский пришел к идее неевклидовой геометрии, видоизменяя один из постулатов евклидовой геометрии (постулат о параллельных). Риман подходил к этой идее, записывая евклидову геометрию в криволинейных координатах и отбрасывая условия, налагаемые евклидовостью геометрии. В результате получилась геометрия, известная сейчас как риманова. Более общий и более формализованный подход Римана позволял получить целый класс неевклидовых геометрий, различающихся видом метрического тензора. Кроме того подход Римана эффективно использовал существовавший тогда математический аппарат, и по-видимому, это было причиной того, что именно подход Римана наиболее быстро развивался и в дальнейшем нашел свое применение в физике. Именно тогда закрепилось пришедшее из евклидовой геометрии представление, что кривая есть фундаментальный геометрический объект не только евклидо-

вой, но и любой неевклидовой геометрии. Другими словами, вялая ошибка была совершена именно тогда.

Однако, не будем возлагать ответственность за это на Римана и исследователей того времени, а зададимся лучше вопросом. Можно ли было не совершить этой вялой ошибки и сразу построить более общую геометрию, известную теперь как трубчатая геометрия (или Т-геометрия)[2]. Абстрактно говоря, сделать это было можно, поскольку все предпосылки для этого были. Однако, практически создание этой геометрии в то время представляется нереальным по нескольким причинам сразу. Во-первых, математический аппарат Т-геометрии существенно отличается от существовавшего тогда (и сейчас) математического аппарата в том смысле, что он не использует понятие непрерывности, предельного перехода и основанных на них операций интегрирования и дифференцирования. Во-вторых, представим себе, что кто-то придумал Т-геометрию в то время, когда неевклидова геометрия рассматривалась еще как чисто умозрительная конструкция, не имеющая приложений в реальном мире. Что должен был делать создатель Т-геометрии, обнаружив, что в Т-геометрии вместо прямой возникает полая трубка? Представляется очевидным, что такая геометрия, даже будучи получена в середине XIX века, была бы отброшена как ни к чему не пригодная конструкция, заведомо не имеющая отношения к реальному миру. Вполне возможно, что в XIX веке вариант Т-геометрии рассматривался, но информация об этой умозрительной конструкции до нас не дошла. В-третьих, как оказалось, невырожденная Т-геометрия есть геометрия пространства-времени, а не геометрия обычного пространства. В середине XIX века о геометрии пространства-времени и теории относительности не было известно ничего. Наконец, даже в конце XX века создатель Т-геометрии не отбросил ее сразу только потому, что знал о ее полезности, т.е. он знал, как можно применить ее для объяснения квантовых эффектов. Совершенно случайно получилось так, что один и тот же человек занимался обоснованием квантовой механики и проблемами неевклидовой геометрии. Случайность достаточно редкая, поскольку неевклидовой геометрией и обоснованием квантовой механики занимаются обычно разные люди.

В евклидовой геометрии прямая, проходящая через две заданные точки  $A$  и  $B$ , определяется как кривая наименьшей длины, проходящая через эти точки. Расстояние между точками  $A$  и  $B$  определяется как длина отрезка прямой между этими точками. Таким образом, важнейшее понятие евклидовой геометрии (прямая) определяется через понятие кривой и в этом смысле кривая является фундаментальным объектом евклидовой геометрии.

Однако, в евклидовой геометрии возможно другое определение прямой, не использующее ссылки на понятие кривой. Прямая, проходящая через две заданные точки  $A$  и  $B$ , определяется как множество таких точек  $R$ , что площадь  $S_{ABR}$  треугольника  $ABR$  равна нулю. Как известно из евклидовой геометрии соотношение

$$S_{ABR}^2 = p(p-a)(p-b)(p-r) = 0 \quad (2.1)$$

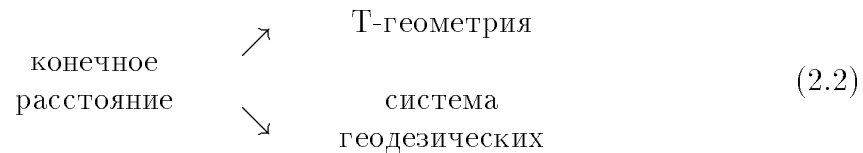
$$p = (a+b+r)/2, \quad a = |BR|, \quad b = |AR|, \quad r = |AB|$$



есть необходимое и достаточное условие того, что три точки  $A, B, R$  лежат на одной прямой. При этом площадь треугольника  $S_{ABR}$  с помощью формулы Герона выражается через стороны треугольника  $ABR$ , т.е. через расстояния между точками  $A, B, R$ . Таким образом, возможно определение прямой через расстояния между точками пространства без ссылки на понятие кривой. Аналогично можно определить плоскость и все другие геометрические объекты евклидовой геометрии и в результате построить евклидову геометрию в терминах одной только функции расстояния между парой точек пространства. Такое построение евклидовой геометрии называется  $\sigma$ -имманентной формой евклидовой геометрии [4].

По существу построение произвольной неевклидовой геометрии осуществляется следующим образом. Евклидова геометрия представляется в  $\sigma$ -имманентной форме, т.е. все геометрические объекты и соотношения между ними описываются в терминах мировой функции<sup>2</sup>  $\sigma = \frac{1}{2}\rho^2$ , где  $\rho$  есть метрика (расстояние между двумя точками). При этом мировая функция  $\sigma$  (или метрика  $\rho$ ) удовлетворяют некоторым условиям, записанным в  $\sigma$ -имманентной форме и описывающим специфический вид метрики евклидова пространства. Если допустить, что мировая функция не удовлетворяет этим условиям евклидовости, то получившаяся геометрия будет неевклидовой. В общем случае она называется трубчатой геометрией (Т-геометрией). Название обусловлено тем, что уравнение (2.1) описывает, вообще говоря, поверхность, а не линию (кривую). Однако, в евклидовом пространстве в силу особых свойств евклидовой мировой функции эта поверхность вырождается в прямую линию. В случае, когда мировая функция мало отличается от евклидовой, эта поверхность имеет вид тонкой трубки с перетяжками в базисных точках  $A$  и  $B$ , т.е. в точках определяющих трубку. Далее для множества точек, определенного соотношением (2.1), будет употребляться термин трубка, хотя в некоторых случаях эта трубка вырождается в прямую или геодезическую. Новый термин необходим для того, чтобы избегать путаницы и отличать прямую, определяемую соотношением (2.1) как множество точек, от прямой, определяемой как кратчайшая линия.

Логическая схема (Т-схема) построения Т-геометрии может быть изображена следующим образом.

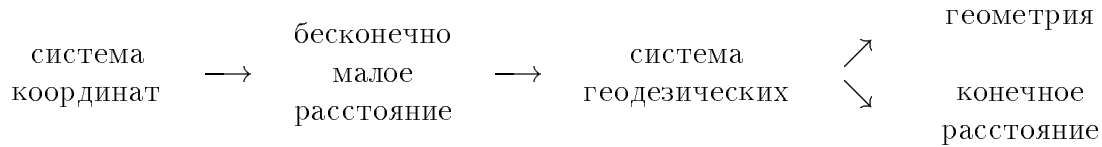


Здесь утверждается, что для построения геометрии достаточно знать расстояния между всеми парами точек. При этом для некоторых функций расстояния оказывается возможным также построить систему геодезических. Однако, факт возможности или невозможности построить систему геодезических никак не сказывается на построении Т-геометрии, которую можно построить

<sup>2</sup>Название "мировая функция" было предложено ирландским математиком Дж. Сингом, который изложил общую теорию относительности в терминах этой функции [6].

всегда, когда задана метрика (расстояние между всеми парами точек). Как следует строить Г-геометрию, будет рассмотрено немного позднее.

Традиционная логическая схема построения римановой геометрии существенно отличается от схемы построения Г-геометрии в том отношении, что для нее существование и вид системы геодезических очень важен. Иначе говоря, при построении римановой геометрии используется понятие кривой как необходимого элемента геометрии. Традиционная логическая схема построения римановой геометрии имеет вид



Как видно из этой схемы, геодезические, определяемые как кратчайшие кривые, играют ключевую роль в традиционном построении римановой геометрии в том смысле, что риманову геометрию, вообще, нельзя построить, если нельзя построить геодезические. Кроме того, если изменяется система геодезических, то риманова геометрия изменяется даже в том случае, когда бесконечно малое расстояние остается неизменным. При этом конечное расстояние (метрика), вообще говоря, меняется. Это обстоятельство приводит к парадоксам.

Например, будем рассматривать двумерную евклидову геометрию как разновидность римановой геометрии. В этом случае система геодезических представляет собой множество всех прямых на двумерной евклидовой плоскости  $x^1, x^2$ , а конечное расстояние определяется соотношением

$$\rho(x, y) = \sqrt{(x^1 - y^1)^2 + (x^2 - y^2)^2}$$

Представим себе теперь, что в евклидовой плоскости вырезана дыра. Тогда система геодезических изменится, т.к. прямые пересекающие дыру перестанут быть геодезическими и должны быть заменены кратчайшими кривыми, огибающими дыру. Изменение системы геодезических порождает изменение конечного расстояния между некоторыми точками и как следствие изменение геометрии на плоскости с вырезанной дырой. Евклидова плоскость с вырезанной дырой и с римановой геометрией на ней оказывается не вложимой изометрически в евклидову плоскость, частью которой она является. Результат выглядит парадоксальным, если не абсурдным. Объясняется он следующим образом. Кривая является инструментом (аналогичным системе координат), служащим для описания геометрии, но не ее атрибутом, поскольку геометрия может быть построена без использования понятия кривой.

Использование такого протяженного объекта как кривая при построении римановой геометрии приводит к тому, что само построение геометрии приобретает нелокальный характер и построенная геометрия оказывается существенно зависящей от величины и формы области, внутри которой строится риманова геометрия. (Геометрия зависит от системы геодезических, а система

геодезических зависит от величины и формы области). Это обстоятельство представляется очень неудобным, а сам способ построения геометрии неэффективным. Традиционный способ построения римановой геометрии в конечном счете оказывается нелокальным, хотя основывается на задании бесконечно малого расстояния, являющегося локальной величиной. Наоборот, способ задания  $T$ -геометрии с помощью  $T$ -схемы (2.2) базируется на задании конечного расстояния (т.е. нелокальной величины), но в конечном итоге оказывается нечувствительным к изменению величины и формы области. В этом смысле  $T$ -схема (2.2) осуществляет локальное описание геометрии. По-видимому, это следует интерпретировать в том смысле, что вся потенциальная нелокальность описания сосредоточена в задании конечного расстояния. Во всяком случае, если на множестве  $\Omega$  с помощью  $T$ -схемы (2.2) задана  $T$ -геометрия, то удаление любого числа точек из множества  $\Omega$  никак не скажется на  $T$ -геометрии множества оставшихся точек.

Добавим к этому, что  $T$ -геометрия может быть задана на любом множестве точек, которое может быть непрерывным или дискретным, иметь определенную размерность или не иметь никакой определенной размерности, т.е.  $T$ -геометрия совершенно не чувствительна к таким свойствам множества  $\Omega$ , которые важны для построения римановой геометрии. В результате  $T$ -геометрия оказывается более общей геометрией, чем риманова и, в частности, включает в себя класс невырожденных геометрий, не являющихся римановыми геометриями. (Невырожденная геометрия – это такая геометрия, где трубки не вырождаются в линию). Между тем эти неримановы геометрии являются полноценными геометриями, ни в чем не уступающими римановым геометриям. Настаивая на том, что геометрия пространства-времени является римановой геометрией, мы упускаем из виду целый класс невырожденных  $T$ -геометрий и совершаем ошибку, состоящую в приписывании пространству-времени неадекватной геометрии.

Можно сказать, что в невырожденной  $T$ -геометрии появляется неизвестное ранее свойство геометрии: степень ее невырожденности. Невырожденность является важным свойством геометрии и стоит в одном ряду с такими ее важнейшими свойствами как непрерывность, однородность, изотропность, кривизна.

### **3 Локальный критерий невырожденности $T$ -геометрии**

Свойство невырожденности проявляется в ненулевой толщине трубок, заменяющих евклидовы прямые в  $T$ -геометрии. Трубки являются протяженными геометрическими объектами и невырожденность представляется как некоторое нелокальное свойство  $T$ -геометрии. Однако, свойство невырожденности допускает и локальную формулировку. Для ее получения заметим, что в евклидовой геометрии прямая может быть определена не только с помощью урав-

нения (2.1). Прямая, проходящая через точки  $A$  и  $B$  может определена как множество всех точек  $R$ , являющихся концами всех векторов  $\overrightarrow{AR}$  коллинеарных вектору  $\overrightarrow{AB}$ . Условие коллинеарности  $\overrightarrow{AR} \parallel \overrightarrow{AB}$  означает, что  $\sin \psi = 0$ , или  $\cos^2 \psi = 1$ , где  $\psi$  есть угол между векторами  $\overrightarrow{AR}$  и  $\overrightarrow{AB}$ . Примем во внимание, что

$$\cos^2 \psi = \frac{(\overrightarrow{AR} \cdot \overrightarrow{AB})^2}{|\overrightarrow{AR}|^2 |\overrightarrow{AB}|^2} \quad (3.1)$$

где посредством  $(\overrightarrow{AR} \cdot \overrightarrow{AB})$  обозначено скалярное произведение векторов  $\overrightarrow{AR}$  и  $\overrightarrow{AB}$ . В силу (3.1) условие коллинеарности может быть записано в  $\sigma$ -имманентном виде

$$\begin{vmatrix} (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}) & (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AR}) \\ (\overrightarrow{AR} \cdot \overrightarrow{AB}) & (\overrightarrow{AR} \cdot \overrightarrow{AR}) \end{vmatrix} = 0 \quad (3.2)$$

где предполагается, что с помощью теоремы косинусов скалярное произведение представлено в  $\sigma$ -имманентном виде

$$(\overrightarrow{AR} \cdot \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2} (|\overrightarrow{AR}|^2 + |\overrightarrow{AB}|^2 - |\overrightarrow{BR}|^2) \quad (3.3)$$

Легко проверить, что уравнения (2.1) и (3.2) эквивалентны. Уравнение (3.2) определяет множество векторов  $\overrightarrow{AR}$ , коллинеарных вектору  $\overrightarrow{AB}$ . Для векторов фиксированной малой длины это множество представляет собой конус (конус коллинеарности). В случае евклидовой геометрии этот конус вырождается в линию. Существование в данной точке многих направлений, коллинеарных заданному вектору, представляет собой общий случай, а не является экзотикой или патологией. Наоборот, вырождение конуса в линию является экзотикой. С этой точки зрения хорошо известная евклидова геометрия, где все конусы коллинеарности вырождаются в линию, является экзотической геометрией. Однако, из своего повседневного опыта мы знакомы лишь с такой экзотической геометрией, и представить себе какую-нибудь другую геометрию нам так же трудно, как тысячу лет назад было трудно представить себе, что Земля вращается вокруг Солнца. В этом глубинная причина вялой ошибки.

Конус коллинеарности в точке  $C$  векторов  $\overrightarrow{CR}$ , коллинеарных заданному вектору  $\overrightarrow{AB}$ , расположенному в точке  $A$ , также может быть построен. Он определяется  $\sigma$ -имманентным уравнением

$$\begin{vmatrix} (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}) & (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CR}) \\ (\overrightarrow{CR} \cdot \overrightarrow{AB}) & (\overrightarrow{CR} \cdot \overrightarrow{CR}) \end{vmatrix} = 0 \quad (3.4)$$

где скалярное произведение  $(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CR})$  определяется  $\sigma$ -имманентным соотношением

$$(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CR}) = \frac{1}{2} (|\overrightarrow{AR}|^2 + |\overrightarrow{CB}|^2 - |\overrightarrow{AB}|^2 - |\overrightarrow{CR}|^2) \quad (3.5)$$

которое может быть получено из соотношения (3.3), записанного для скалярных произведений  $(\vec{AB}, \vec{AR})$  и  $(\vec{AB}, \vec{AC})$  с помощью соотношения  $(\vec{AB}, \vec{CR}) = (\vec{AB}, \vec{AR}) - (\vec{AB}, \vec{AC})$

Риманова геометрия является вырожденной только частично. Конус векторов в точке  $A$ , коллинеарных любому вектору  $\vec{AB}$  вырождается в линию, однако в точке  $C$  конус векторов, коллинеарных вектору  $\vec{AB}$  с началом в точке  $A$ , вообще говоря, не вырождается, если  $A \neq C$ . Это свойство римановой геометрии хорошо известно, и оно интерпретируется обычно как отсутствие в римановой геометрии абсолютного параллелизма, т.е. в точке  $C$  имеется много направлений (векторов), коллинеарных вектору  $\vec{AB}$  в точке  $A$  и не коллинеарных между собой. При этом в римановой геометрии ситуация, когда имеется много направлений (векторов), коллинеарных данному, рассматривается как экстраординарная ситуация, которой надлежит дать специальное объяснение.

В римановой геометрии дается следующее объяснение. Возможен параллельный перенос вектора из одной точки в другую, Однако, результат параллельного переноса зависит от пути, вдоль которого он производится. Если из точки  $A$  в точку  $C$  переносить вектор по различным путям, то в точке  $C$  образуется много разных векторов одинаковой длины, и все они будут параллельны первоначальному вектору в точке  $A$ . В Т-геометрии никаких специальных объяснений не требуется, поскольку наличие в одной точке многих (неколлинеарных между собой) векторов, коллинеарных данному, есть ординарная ситуация. Наоборот, объяснения требует экстраординарная ситуация, когда конус векторов вырождается в линию.

Таким образом, с логической точки зрения Т-геометрия, базирующаяся на одном (метрическом) свойстве пространства, является более простым и непротиворечивым построением, чем риманова геометрия, основанная на двух различных его свойствах (метрике и топологии).

## 4 Специфические свойства невырожденной Т-геометрии

Невырожденная Т-геометрия обладает двумя важными свойствами, которых нет у вырожденной римановой геометрии: (1) в Т-геометрии масса частицы геометризуеться, и (2) движение свободной частицы оказывается случайным. Эти два свойства невырожденной Т-геометрии оказываются очень полезными для понимания движения микрочастиц. В геометрии Минковского частица описывается времениподобной мировой линией, причем вектор, касательный к ней определяет направление четырехмерного импульса частицы пространство-времени в каждой точке мировой линии. Иначе говоря, форма мировой линии определяет направление импульса частицы, но не его длину. Длина четырехмерного импульса, т.е. масса частицы, задается отдельно как некоторое свойство самой частицы. Если пространство-время описывается невырожденной Т-

геометрией, то движение частицы описывается бесконечной последовательностью точек  $\dots, P_i, P_{i+1}, P_{i+2}, \dots$ . Каждая пара точек  $P_i, P_{i+1}$  определяет сужающийся в точках  $P_i, P_{i+1}$  сегмент  $\mathcal{T}_{[P_i, P_{i+1}]}$  трубки  $\mathcal{T}_{P_i, P_{i+1}}$ . Все сегменты  $\mathcal{T}_{[P_i, P_{i+1}]}$  имеют одинаковую длину и эта длина пропорциональна массе частицы. Каждая пара точек  $P_i, P_{i+1}$  образует вектор  $\overrightarrow{P_i P_{i+1}}$ , пропорциональный импульсу частицы. Таким образом, частица описывается ломаной трубкой с перетяжками в базисных точках  $\dots, P_i, P_{i+1}, P_{i+2}, \dots$ . Расположение перетяжек определяет как импульс, так и массу частицы. В итоге вся информация о частице полностью геометризуются, т.е. может быть получена из формы мировой трубки.

Для свободной частицы векторы  $\overrightarrow{P_i P_{i+1}}$ , описывающие положение соседних сегментов, должны быть параллельны, так как это есть условие того, что частица свободна от действия на нее других тел. Для вырожденной геометрии условие параллельности соседних сегментов однозначно определяет их взаимное расположение. В невырожденной Т-геометрии это не так. Возможные положения вектора  $\overrightarrow{P_{i+1} P_{i+2}}$ , параллельного вектору  $\overrightarrow{P_i P_{i+1}}$ , образуют конус, раствор которого порядка отношения толщины сегмента трубки к его длине. Если допустить, что толщина всех трубок одинакова, то получается, что неопределенность положения двух соседних сегментов трубки тем больше, чем меньше масса частицы (длина сегмента). Неопределенность положения соседних сегментов приводит к тому, что вся мировая трубка становится стохастической, т.е. при фиксированном положении начального сегмента, в принципе нельзя определить точно положение остальных сегментов. Эта неопределенность тем больше, чем меньше масса частицы. Стохастичность трубки имеет чисто геометрическую природу. Зависимость стохастичности от массы частицы не препятствует этому, так как в невырожденной Т-геометрии масса является геометрической величиной. Этим невырожденная Т-геометрия отличается от вырожденной геометрии, где во-первых, нет геометрической стохастичности, а, во-вторых, масса частицы не является геометрической величиной.

Заметим, что геометризация физики является характерной чертой ее развития за последние два столетия. Представляется естественным объяснение наиболее общих физических законов (т.е. законов, справедливых для всех физических явлений) свойствами пространства-времени, где происходят все физические явления. Это соответствует гипотезе, что у разных физических явлений общим является лишь то, что они происходят в пространстве-времени. Например, постоянная  $c$ , введенная как коэффициент пересчета от электростатических единиц к магнитным в конце XIX века приобрела статус постоянной, описывающей скорость света. С созданием теории относительности в начале XX века она стала рассматриваться как геометрическая характеристика, описывающая световой конус в пространстве-времени. Законы сохранения энергии, количества движения и углового момента, начиная с начала XX века, стали рассматриваться как проявление однородности и изотропности пространства-времени, хотя ранее они рассматривались просто как проявление особых свойств динамических систем. Гравитационное поле было геометри-

зовано Альбертом Эйнштейном [7]. Электромагнитные явления (электромагнитное поле и заряд) были геометризованы работами Калуцы [8] и Оскара Клейна [9]. При этом, если геометризовать гравитационное поле было относительно просто, поскольку в гравитационном поле все тела (независимо от их массы) имеют одинаковое ускорение, то процесс геометризации электромагнитных явлений оказался более сложным, так как движение заряженной частицы в электромагнитном поле зависит от отношения  $e/m$  заряда частицы к ее массе. Для геометризации электромагнитных явлений пришлось ввести дополнительное (пятое) измерение у пространства-времени, объявив зарядом частицы составляющую пятимерного импульса частицы вдоль пятого измерения. После этого величина  $e/m$  стала отношением компонент пятимерного импульса, т.е. геометрической величиной, поскольку направление пятимерного импульса является геометрической величиной в пятимерном пространстве-времени. Однако, масса (пятимерная) частицы осталась при этом негеометрической величиной (длиной пятимерного импульса).

То обстоятельство, что квантовая постоянная  $\hbar$  является универсальной постоянной наводило на мысль, что квантовые явления, будучи универсальными, также обусловлены свойствами пространства-времени и имеют геометрическую природу. Этому однако, препятствовало то обстоятельство, что квантовые эффекты были значительны для частиц малой массы и незначительны для частиц большой массы. Формально это проявлялось в том, что уравнение Шредингера, будучи записано в виде

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar}{2m}\nabla^2\psi$$

содержит отношение  $\hbar/m$  квантовой постоянной к массе частицы. Другими словами, квантовые эффекты нельзя геометризовать без геометризации отношения  $\hbar/m$ .

T-геометрия естественно и непринужденно геометризует массу и столь же естественно вводит стохастичность в движение микрочастиц. Разумеется, стохастичность имеется и при движении частиц большой массы, но в этом случае квантовые эффекты пренебрежимо малы. Вопрос о том как ввести стохастичность, наблюдаемую на опыте, не ставится. Он решается сам собой при выборе геометрии пространства-времени.

Постановка вопроса типа: "Какой прецизионный эксперимент нужно произвести, чтобы выбрать между геометрией Минковского и T-геометрией?" является примером неправильно поставленного вопроса. То обстоятельство, что переход к геометрии Минковского был произведен после получения результатов прецизионных экспериментов Майкельсона вовсе не означает, что геометрия Минковского была выбрана на основе результатов этого эксперимента. Эксперимент Майкельсона показал, что ньютоновская модель пространства-времени с абсолютным разделением на пространство и время не совместима с результатами эксперимента. Ньютоновскую модель нужно было заменить на любую другую модель пространства-времени, где нет абсолютной одновременности.

В то время была известна только одна модель однородного и изотропного пространства-времени. Это была геометрия Минковского. Выбирать было не из чего.

Теперь, когда известен целый класс однородных и изотропных геометрий, отличающихся степенью вырожденности (т.е. формой и толщиной трубок), выбор геометрий для модели пространства-времени очень велик. Неразумно настаивать на геометрии Минковского только потому, что когда-то эта модель пространства-времени была выбрана и мы успели к ней привыкнуть. Кроме того геометрия Минковского есть единственная модель из класса однородных изотропных плоских геометрий, где движение любых частиц является детерминированным. Вряд ли разумно выбирать именно эту детерминированную модель, а затем с помощью принципов квантовой механики вводить наблюдаемую в экспериментах стохастичность поведения микрочастиц. Гораздо более разумно сразу выбрать геометрию пространства-времени, допускающую стохастичность. Но таких геометрий очень много. Какую из них следует выбрать? Нужно выбрать такую  $T$ -геометрию, в которой статистическое описание стохастического поведения микрочастиц совпадало бы с квантовым описанием с помощью уравнения Шредингера. В этом месте мы используем экспериментальную информацию для выбора адекватной геометрии пространства-времени.

Оказывается, что такая  $T$ -геометрия существует и более того она единственна [10]. Квантовая постоянная  $\hbar$  определяет характерную толщину трубок в этой  $T$ -геометрии. Мировая функция  $\sigma$  для такого невырожденного пространства-времени имеет очень простой вид и отличается от мировой функции пространства Минковского на постоянную, пропорциональную квантовой постоянной  $\hbar$ . В каком-то смысле это означает введение некоторой элементарной длины в геометрию.

## 5 Доктрина Птолемея как хорошо изученный образец концепции, компенсирующей вялую ошибку

С формальной точки зрения вялая ошибка обычно<sup>3</sup> состоит в том, что свойства одного объекта приписываются другому объекту, который этими свойствами не обладает. В случае доктрины Птолемея попятное движение планет, обусловленное вращением Земли вокруг Солнца, приписывается движению самих планет по особым кругам (эпициклам), которые сами движутся. Иначе говоря, некоторое свойство Земли (вращение вокруг Солнца) приписывается другим

---

<sup>3</sup>К счастью, число вялых ошибок в истории естествознания невелико, но одновременно это существенно усложняет исследование вялых ошибок и порождаемых ими последствий. Поэтому, рассматривая доктрину Птолемея как типичное последствие вялой ошибки, мы возможно неправильно оцениваем степень ее типичности.



объектам (планетам). Следует иметь в виду, что во время Птолемея движение небесных светил рассматривалось, как некое вращение с постоянной угловой скоростью вокруг некоторой оси, которая сама могла вращаться вокруг другой оси, которая в свою очередь могла вращаться вокруг третьей оси и т.д. Предполагалось, что никаких других движений небесные светила совершать не могут. Дело в том, что в то время господствовала механика Аристотеля. Закон инерции, открытый позже Галилеем, известен не был и считалось, что для того, чтобы тело двигалось, к нему должна была быть приложена надлежащая сила. Поскольку планеты и другие небесные светила очевидным образом двигались, к ним должна была быть приложена сила. Иначе говоря, их должен был кто-то двигать. Считалось, что планеты прикреплены к некоторым невидимым колесам, которые вращает бог. Колес могло быть много, но вращаться они должны были равномерно, и всякое движение небесных светил рассматривалось как составленное из нескольких равномерных вращений.

Небесная механика хорошо описывала наблюдаемое движение небесных светил, однако, другие задачи механики были для нее непосильны. Например, такая задача, с какой скоростью и в каком направлении нужно бросить камень, чтобы он упал в определенное место на Луне, была непосильной для небесной механики того времени. Более того она и не рассматривалась как задача небесной механики. Дело не только в том, что закон всемирного тяготения не был известен в то время. Сама постановка вопроса в такой форме рассматривалась как неправомерная, поскольку считалось, что для того, чтобы камень долетел до Луны, его должен кто-то двигать.

Представим себе, что книга Коперника по какой-то причине не была бы опубликована и обнаружение вялой ошибки, породившей доктрину Птолемея, задержалось бы на несколько столетий. Как тогда развивалась бы наука и, в частности, небесная механика? Возможно ли было в рамках доктрины Птолемея открыть закон всемирного тяготения и построить механику (небесную и земную), как это сделал впоследствии Исаак Ньютон? С одной стороны, вопрос звучит риторически, поскольку нельзя изменить прошлое. Однако, с другой стороны, доктрина Птолемея есть хорошо известный исторический пример компенсирующей концепции. Рассматривая его с точки зрения наших сегодняшних знаний механики и небесной механики, мы можем надеяться получить некоторую полезную информацию о свойствах вялых ошибок, компенсирующих их концепций и тенденциях в эволюции наших знаний об окружающем мире.

В соответствии с современной механикой движение планет можно описывать не только в гелиоцентрической, но и в геоцентрической системе координат, что по существу и делал Птолемей. Можно ли открыть закон всемирного тяготения, описывая движение планет вокруг Солнца в геоцентрической системе координат? В принципе это возможно, хотя и очень мало вероятно. Гораздо проще найти преобразование от геоцентрической системы координат к гелиоцентрической и уже затем в гелиоцентрической системе координат искать закон всемирного тяготения, т.е. закон управляющий движением планет. Но переход от геоцентрической системы координат к гелиоцентрической при

описании движения планет представляет собой по существу исправление вялой ошибки и отказ от компенсирующей концепции Птолемея.

## **6 Стили научных исследований.**

### **П-стиль и К-стиль.**

Существование вялой ошибки и порожденная ею необходимость работать с логически необоснованной компенсирующей концепцией порождают у естествоиспытателей особый прагматичный стиль (П-стиль) научного исследования и мышления, для которого характерны прагматизм и игнорирование логики, если она препятствует получению желаемого результата. Дело в том, что когда имеется неправильная (или противоречивая) система постулатов, то работая с ней можно получать как правильные, так и неправильные выводы. Искусство работы с противоречивой системой постулатов состоит в том, чтобы получать правильные выводы, избегая неправильных. Приходится, делая какие-то выводы, постоянно сверять их с опытом или другой информацией, которая по каким-то соображениям считается надежной. Характерной особенностью работы с компенсирующей концепцией является недоверие (или ограниченное доверие) к результатам, получаемым логически. Напротив, выводы, приводящие к результатам, согласующимся с экспериментом, рассматриваются как заслуживающие доверия, если даже они несколько непоследовательны с точки зрения логики. Искусство работы с компенсирующей концепцией состоит в том, чтобы так сформулировать систему аксиом и такие правила работы с ней, чтобы по возможности не получать нежелательных (неправильных) выводов. Для такого стиля работы характерно доминирование экспериментальной информации над логикой.

Подобный стиль мышления сильно напоминает то, что делает недобросовестный ученик, пытаясь решить арифметическую задачу. Не зная, как решить задачу, он хаотически производит все известные ему арифметические действия над числами, имеющимися в условиях задачи, в надежде получить ответ, приведенный в конце задачника. В некоторых случаях правильный ответ получается при решении, представляющимся полным абсурдом с точки зрения обычной логики. Иногда, желая подчеркнуть негативные черты П-стиля, мы будем называть его комплексом двоечника. Это, однако, не означает, что П-стиль является целиком отрицательным явлением. П-стиль позволяет проводить научные исследования в условиях доминирования компенсирующей концепции, когда не работает К-стиль. Более того при изучении явлений микромира в XX веке получил развитие П-стиль научных исследований, тогда как К-стиль оказался неэффективным. В настоящее время П-стиль является доминирующим при исследовании явлений микромира и, к сожалению, не только микромира.

Следует заметить, что экспериментальная проверка выводов, получаемых логически из базовой системы аксиом, производится (и должна производиться)

всегда, так как никогда нельзя быть полностью уверенным в том, что используемая система аксиом верна во всех случаях. Однако степень доверия к логическим выводам различна в компенсирующей концепции и в обычной классической теории. К-стиль может позволить себе "длинную логику", когда число логических звеньев в цепи логических рассуждений может быть сколь угодно большим. Напротив, для П-стиля характерна "короткая логика", когда число звеньев в цепи логических рассуждений невелико. Образно выражаясь, можно сказать, что в этом случае нить логических рассуждений может содержать логические петли, порожденные ошибкой в существующей концепции. Исследователи интуитивно избегают длинных логических цепей, пока они не проверены сопоставлением с опытными данными. Длинные логические цепи П-стиля может позволить себе лишь тогда, когда каждое звено цепи рассуждений имеет опытную проверку.

Примером работы в условиях существования вялой ошибки является расчет Максом Планком квантовой постоянной, получившей его имя. Рассчитывая в 1895 году спектр излучения абсолютно черного тела, Планк для простоты вычислений предположил что излучение испускается и поглощается порциями, величину которых он обозначил буквой  $h$ . Получившаяся геометрическая прогрессия легко суммировалась, а конечный результат содержал величину  $h$ . В соответствии с законами классической физики следовало устремить  $h$  к нулю. Но тогда, получался спектр излучения, не согласующийся с экспериментальными данными. Планк поступил иначе, он пренебрег законами классической физики и подобрал постоянную  $h$  так, чтобы вычисленный им спектр совпал с экспериментально наблюдаемым.

В дальнейшем было экспериментально подтверждено, что действительно электромагнитное излучение испускается и поглощается квантами (порциями), и это обстоятельство вместе с рассчитанной Планком квантовой постоянной  $h$  легло в основу новой концепции, получившей название квантовой механики. Круг явлений, описываемых новой концепцией оказался очень широким. В него входили все физические явления атомных и меньших масштабов. Хотя квантовая теория и ее правила возникли как некое исключение из законов классической физики, постепенно правила квантовой механики приобрели статус законов природы. Ныне подавляющее большинство физиков рассматривает законы квантовой механики как законы природы. Любое сомнение в этом квалифицируется как ересь. Однако, это обстоятельство не мешает современным исследователям очень вольно обращаться с моделями явлений природы, особенно, если это явления микромира, описываемые законами квантовой теории.

Физики XIX века очень трепетно относились к уже установленным законам механики и физики. Изучая неизвестные природные явления и создавая для них новые модели, исследователи старались учитывать и не нарушать уже установленные законы природы. В первую очередь они старались не нарушить законов логики. Можно было предлагать и рассматривать новые модели природных явлений, но они не должны были противоречить уже установленным законам механики и физики. В противном случае нужно было пересматри-

вать или уточнять уже известные законы. Все это допускалось. Однако, исключения из законов природы считались недопустимыми. Модели природных явлений могли быть приближенными, но сами законы природы были точными. Конкретные результаты расчетов могли быть приближенными, но это всегда связывалось с недостатком наших знаний о модели явления и недостаточной информацией о его начальном состоянии, но никогда не связывалось с приближенным характером законов природы.

Подобный стиль мышления естествоиспытателей XIX века обычно характеризуется как классический стиль мышления (К-стиль). Прежде, чем выдвигать новую гипотезу для объяснения неизвестного природного явления, следовало попытаться объяснить его с помощью уже известных законов. Согласно К-стилю новую гипотезу было позволительно выдвигать лишь в том случае, когда все другие возможности были исчерпаны. Исследователь, выдвигавший новую гипотезу без достаточных к тому оснований, рисковал своей научной репутацией. Его рассматривали как несерьезного естествоиспытателя. Суть классического стиля мышления хорошо выражается известными словами одного из его основоположников. "Я гипотез не измышляю." – говорил Исаак Ньютон. Этика классического стиля ставила исследования естествоиспытателей в достаточно жесткие рамки. Публикация недостаточно обоснованной научной работы, не говоря уже о работе, содержащей математическую ошибку, считалась пятном на научной репутации исследователя. Несколько таких пятен и научная репутация исследователя была безнадежно испорчена.

Следует заметить, что подобное отношение к научным исследованиям в XIX веке принесло свои плоды. Практически все проявления макроскопических явлений природы были успешно изучены и объяснены в рамках классической физики и механики. Однако, столкновение с микромиром, где евклидова геометрия просто не верна, изменила положение. Классическая физика, основанная на евклидовой (и римановой) геометрии, была бессильна объяснить явления микромира, и это воспринималось научным сообществом, как несовершенство К-стиля. В то же время квантовая механика, введя свою систему правил работы (принципы квантовой механики) с явлениями микромира триумфально объясняла все новые и новые физические явления. Особенно эффективной была работа квантовых принципов в первые два-три десятилетия после создания квантовой механики. В дальнейшем эффективность квантовой механики в объяснении новых явлений ослабевала все больше и больше. Дело здесь в самом методе, которым пользуется компенсирующая концепция для исследования новых явлений. Если для определенного круга физических явлений, где квантовая теория уже апробирована, имеются четкие правила, как объяснять или рассчитывать то или иное явление, то для новых физических явлений таких правил нет и непонятно, откуда их можно взять. Поэтому для объяснения каждого нового физического явления выдвигается некоторая гипотеза, иногда очень экзотическая. После этого на основе гипотезы производятся соответствующие расчеты, которые желательно проверить на опыте. Пока полученные расчеты не проверены на эксперименте, они никого не убе-

ждают, потому что логика практически не принимается в расчет. Однако, если опыт подтверждает расчеты, или расчеты объясняют какой-нибудь уже произведенный эксперимент, то гипотеза считается правильной. При этом гипотеза должна быть прагматичной в том смысле, чтобы на ее основе можно было достаточно быстро предсказать и рассчитать какой-нибудь легко проверяемый на опыте результат. Основательные гипотезы, требующие для своей разработки много времени и, может быть, не одно поколение исследователей, не пользуются успехом в современном научном сообществе. (Не потому, что научное сообщество имеет что-то против основательности, а потому, что основательность обычно несовместима с прагматизмом, т.е. возможностью быстро предсказать проверяемый на опыте эффект.) Все это вместе взятое образует прагматичный стиль (П-стиль) научных исследований. В настоящее время он является господствующим стилем исследования явлений микромира.

Прагматичность исследователей квантовой теории, позволявшая добиваться успехов в начале XX века, превратилась в конце XX века в свою противоположность. Пока модели квантовой теории были относительно просты в математическом отношении, из предлагаемых случайным образом новых гипотез было относительно легко выбрать правильные. Когда модели существенно усложнились, число возможных моделей сильно увеличилось, и отбирать правильные модели, которые к тому же были бы прагматичными и сразу приводили к проверяемым результатам, стало намного сложнее. Победное шествие квантовой теории замедляется все сильнее и сильнее. Развитие квантовой теории поля за последние полвека хорошо иллюстрирует это утверждение. На длительном промежутке времени П-стиль перестает быть эффективным. Нужен возврат к К-стилю, что возможно лишь при обнаружении и устранении ошибки, породившей компенсирующую концепцию.

Классический стиль мышления, требующий безусловной логической состоятельности и непротиворечивости теории, имеет то преимущество перед П-стилем, что позволяет вести длительные и сложные исследования, в которых может участвовать несколько поколений исследователей. При этом каждое последующее поколение исследователей опирается на твердо установленные результаты. Это бывает важно, когда предмет исследования сложен, и путь от начальных положений теории до экспериментальной проверки их последствий долг и не может быть осуществлен силами одного исследователя. Нужна либо большая группа совместно работающих исследователей, либо возможность обеспечить преемственность исследования. Когда речь идет о поисковых работах, возможность организации большой группы исследователей, имеющих одинаковый подход к проблеме, достаточно проблематична. Для обеспечения преемственности исследований необходима их корректность и в первую очередь логическая непротиворечивость. Это нужно для того, чтобы преемник был уверен в надежности результатов своего предшественника даже в том случае, когда они не проверены, или не могут быть проверены экспериментально.

## 7 К-стиль в условиях господства П-стиля.

В этом разделе рассмотрены примеры конфликта между разными подходами П-стиля и К-стиля к исследованию физических явлений. При этом мы вынуждены ограничиться рассмотрением только тех двух случаев, с которыми автору пришлось столкнуться в своей исследовательской работе и о которых он может судить вполне профессионально.

В современной квантовой теории поля основные положения теории отделены от их экспериментальной проверки длинным рядом логических построений и расчетов, выполненных несколькими поколениями исследователей. Если нерелятивистская квантовая теория представляет собой образец логически непротиворечивого построения, то о релятивистской квантовой теории поля (РКТП) нельзя сказать это. Если в линейной РКТП, где отсутствует взаимодействие, вакуум является стационарным состоянием, то в нелинейной РКТП это не так. Поль Дирак [11] считал нестационарность (и следовательно, нестабильность) вакуума в нелинейной РКТП основным ее недостатком (и трудностью). Действительно, очень трудно представить себе и оправдать то, что наименьшее энергетическое состояние системы неустойчиво и может самопроизвольно переходить во что-то еще. Скорее всего мы здесь имеем дело с дефектом теории.

Дефект здесь действительно есть. Он связан с некоторым необоснованным ограничением, используемым в РКТП. Здесь мы исследуем стиль научного исследования, и нам интересен не столько сам этот дефект, сколько то, как научное сообщество реагирует на обнаружение этого дефекта. Эта реакция диктуется современным стилем мышления (комплексом двоечника) и такова, что препятствует обнаружению дефекта и распространению информации о его существовании.

Суть дела в следующем. В нерелятивистской теории физическим объектом является точечная частица в трехмерном пространстве, а мировая линия этой частицы в пространстве-времени является ее атрибутом. Это соответствует абсолютному разделению пространства-времени на пространство и время, которое существует в нерелятивистской теории. В релятивистской теории физическим объектом является мировая линия (МЛ) в пространстве-времени. Точечная частица в трехмерном пространстве является атрибутом МЛ (сечением МЛ гиперповерхностью  $t = \text{const}$ ). Рассмотрение точечной частицы в качестве физического объекта в рамках релятивистской теории недопустимо из-за отсутствия абсолютного разделения пространства-времени на пространство и время. При квантовании следует квантовать физический объект, т.е. частицу в нерелятивистском случае и МЛ<sup>4</sup> – в релятивистском.

Что квантуют при традиционном каноническом квантовании в РКТП? Частицу или МЛ? Оказывается, что квантуют частицу, а нужно квантовать МЛ. Использование релятивистски ковариантной формы квантования здесь ничего не дает, поскольку разбиение МЛ на частицу и античастицу релятивистски инвариантно, и сам факт разбиения не связан с релятивистской ковариантностью

---

<sup>4</sup>Для мировой линии, рассматриваемой как физический объект используется термин "МЛ"

динамических уравнений. Число МЛ сохраняется, и квантование в терминах МЛ позволяет разбить задачу квантования на цепь последовательно решаемых задач, содержащих ноль МЛ (вакуум), одну МЛ, две МЛ и т.д., аналогично тому как в нерелятивистской теории задача квантования распадается на цепь последовательно решаемых задач, одночастичную, двухчастичную и т.д. Квантование в терминах частиц и античастиц не дает такой возможности, так как в теории взаимодействующих частиц число частиц и античастиц по отдельности не сохраняется. Такую задачу можно решать только в рамках теории возмущений с использованием теории графов. Более того в этом случае не удастся так определить вакуум, чтобы он был стационарным состоянием.

Описание в терминах частиц и античастиц возникает автоматически, как только гамильтониан частицы отождествляется с энергией. Гамильтониан  $H$  определяется как величина канонически сопряженная времени  $t = x^0$ . Он имеет разный знак для частицы и античастицы. Энергия определяется соотношением  $E = \int T_0^0 dx$ . Она всегда неотрицательна как для частицы так и для античастицы, поскольку компонент  $T_0^0$  тензора энергии-количества движения всегда неотрицателен. Это означает, что при описании в терминах МЛ равенство

$$-H = E, \quad E = \int T_0^0 dx \quad (7.1)$$

может выполняться либо для частицы, либо для античастицы, но не для той и другой одновременно [12].

Однако, выполнения соотношения (7.1) можно добиться с помощью специального преобразования [12]. Мировая линия описывается с помощью уравнения

$$ML: \quad x^i = x^i(\tau), \quad i = 0, 1, 2, 3$$

где  $\tau$  есть параметр, монотонно изменяющийся вдоль мировой линии. Если изменить знак  $\tau$ , то изменится знак канонического импульса  $p_i$  и его временной составляющей  $p_0 = H$ . Изменяя знак параметра  $\tau$  на участках МЛ, описывающих античастицу, можно добиться того что гамильтониан  $H$  будет иметь один знак всюду на МЛ, но изменение параметра  $\tau$  вдоль МЛ перестанет быть монотонным. После такого преобразования соотношение (7.1) будет выполнено, но это достигается ценой разбиения единого физического объекта МЛ на несколько отрезков мировой линии, каждый из которых описывает или частицу, или античастицу. Таким образом, настаивая на выполнении соотношения (7.1), мы автоматически разбиваем единую МЛ на куски, увеличиваем число физических объектов и усложняем их описание.

Не очень понятно только, какая польза от соотношения (7.1) и зачем нужно, вообще, вводить его в РКТП<sup>5</sup>. Однако при квантовании скалярного поля оно всегда вводится, обычно в форме отождествления оператора энергии  $E =$

---

<sup>5</sup>Иногда ссылаются на то, что соотношение (7.1) необходимо для выполнения условия причинности, однако это не так. (Смотри обсуждение этого вопроса в [13] и особенно в [14].)

$\int T_0^0 dx$  с эволюционным оператором  $-H$ , где  $H$  есть гамильтониан системы. Такое отождествление (7.1) автоматически выполняется в нерелятивистской теории, где нет рождения пар. Однако, в РКТП такого рода отождествление является источником многих трудностей, в числе которых нестационарность вакуума и принципиальная необходимость пользоваться теорией возмущений.

Это было показано в работе [13], где была предложена схема квантования нелинейного скалярного поля, не использующая соотношения (7.1). В результате квантования по новой схеме исчезла нестационарность вакуума и необходимость использования теории возмущений. Однако, не все трудности РКТП исчезали, остались проблемы, имеющие иную пока неизвестную природу. Расчет конкретных эффектов не производился и сравнение с экспериментом на данной стадии было невозможно.

Нас в данном случае будет интересовать не сама по себе работа или результаты, полученные в ней. Нам интересна ее оценка, данная представителями разных стилей исследования (К-стиля и П-стиля). В роли представителя К-стиля выступает автор работы, а в роли представителя П-стиля ее рецензент<sup>6</sup>.

Итак, оценка с точки зрения К-стиля (автор): Работа использует только твердо установленные принципы квантовой механики и не использует дополнительных гипотез (перенормировки, применимость теории возмущений). Возникающее при этом устранение ряда трудностей РКТП является положительной чертой работы. То обстоятельство, что результат получен на основе принципов квантовой механики без использования дополнительных гипотез придает полученным результатам надежность и уверенность в том, что результаты не будут опровергнуты на основе какой-нибудь новой гипотезы, добавленной к принципам квантовой механики. То обстоятельство, что появились новые трудности и работа не доведена до сравнения с экспериментом, разумеется, является недостатком работы. Однако, устранение нестационарности вакуума и избавление от теории возмущений проясняет ситуацию, четче очерчивает оставшиеся и вновь возникающие проблемы, упрощает их исследование. Работа представляет собой определенное продвижение вперед в построении адекватной РКТП.

Теперь оценка с точки зрения П-стиля (рецензент): Автор сам указывает, что при использовании предложенной им схемы квантования в теории остаются трудности, хотя исходные классические соображения, использованные для построения схемы, кажутся обнадеживающими. Автору следует показать, что предлагаемая им схема действительно эффективнее традиционной схемы квантования<sup>7</sup>

Сравнение этих двух точек зрения показывает, что П-стиль требует немедленного получения эффективной модели и адекватного результата. Сколько дополнительных гипотез при этом будет использовано, в какой мере получен-

---

<sup>6</sup>Рецензировалась не работа [13], а работа [14], направленная в тот же журнал в середине восьмидесятых годов и содержащая ее дальнейшее развитие и интерпретацию.

<sup>7</sup>Последней фразы не было в отзыве, и она представляет собой резюме обсуждения работы с коллегами автора.



ная концепция является логически непротиворечивой и не получается ли так, что одна ошибка компенсирует другую, все это – вопрос второстепенный. Во внимание не принимается то, что традиционная схема квантования из-за использования условия (7.1) является логически несостоятельной. Вновь предлагаемая схема, не вводя никаких дополнительных гипотез и отбрасывая условие (7.1), лишь ликвидирует логическую несостоятельность традиционной схемы. Все это с точки зрения П-стиля – второстепенные детали. Главное – результат. Ясно также, что при такой стратегии исследования невозможно обеспечить преемственность сколько-нибудь длительного и серьезного исследования с не проверяемыми непосредственно промежуточными результатами.

Порождаемая П-стилем стратегия исследования типа: все или ничего оказывается на деле эффективной только при исследовании сравнительно простых физических явлений микромира. Действительно, любой серьезный исследователь, намеревающийся изучить устройство микромира (например, систематику элементарных частиц) стоит перед альтернативой: либо шаг за шагом изучать явления микромира, используя К-стиль и создавая логически состоятельную концепцию, либо, используя П-стиль, изобрести какую-нибудь подходящую ad hoc гипотезу и быстро рассчитать, соответствующие наблюдаемые эффекты. В первом случае его ожидает долгая кропотливая работа без надежды опубликовать промежуточные исследования и тем самым обеспечить преемственность исследований в случае, если их не удастся довести до стадии расчета наблюдаемых эффектов. Во втором случае может повезти изобрести привлекательную ad hoc гипотезу и объяснить или даже предсказать некоторые эффекты. Не удивительно, что при такой стратегии исследований современная наука о явлениях микромира представляет собой перманентный конкурс ad hoc гипотез. При этом в борьбе за первенство в этом конкурсе применяются все те методы, которые используются на рынке при продвижении товара, и не приходится говорить о сколько-нибудь серьезном подходе к научным исследованиям.

Таким образом, П-стиль стоит на страже существующего состояния научных исследований микромира и это является следствием существовавшей в течение почти столетия неадекватной геометрии пространства-времени и обусловленной этим неэффективности К-стиля. Однако, даже после обнаружения вялой ошибки и возрождения потенциальной эффективности К-стиля остается проблема возрождения применения К-стиля в научных исследованиях. Дело в том, что стиль научных исследований чрезвычайно инерционен. Он образуется в процессе обучения и становления исследователя. Любому сложившемуся исследователю очень трудно изменить стиль своих исследований.

Попробуйте, например, убедить сложившегося исследователя, что идеальное научное исследование должно выполняться в К-стиле, т.е. быть логически непротиворечивым, содержать минимальное число гипотез и не содержать ошибок. Он естественно не поверит этому, так как знает, что исследователь написавший одну действительно хорошую работу и несколько ошибочных, имеет больший успех и выглядит авторитетнее в глазах научного сообщества, чем исследователь, опубликовавший несколько просто добротных научных работ,

среди которых не было ни одной ошибочной.

Пожалуй, самым печальным последствием вялой ошибки было то обстоятельство, что П-стиль, хорошо зарекомендовавший себя в квантовой механике, стал распространяться на области макроскопической физики, где влияние неадекватной геометрии минимально, и можно вполне обойтись добротными классическими методами исследования. В качестве иллюстрации этого отнюдь не вдохновляющего утверждения мы расскажем историю построения модели магнитосферы пульсара, о которой автор этой статьи знает не понаслышке.

В 1957 году было обнаружено, приходящее из космоса радиоизлучение, имеющее вид последовательности импульсов одинаковой длительности, разделенных равными промежутками времени. Обнаружение таких источников излучения в космосе вызвало значительный интерес в научном сообществе, и многие исследователи занялись изучением природы этого явления природы, получившего название радиопулсара. К концу шестидесятых годов стала общепринятой та точка зрения что, радиопулсар представляет собой быстро вращающуюся нейтронную звезду с очень сильным магнитным полем (порядка  $10^{12} - 10^{15}$  эрстед), испускающую остронаправленное радиоизлучение. Импульсный характер излучения объясняется прожекторным эффектом, т.е. тем что диаграмма направленности излучения, вращаясь вместе с нейтронной звездой, "чиркает по Земле", порождая импульсы излучения. С импульсным характером излучения было все ясно, но образование остронаправленного излучения с очень высокой яркостной температурой нужно было объяснить. Нужно было создать модель магнитосферы быстро вращающейся нейтронной звезды и изучить, происходящие в ней процессы. В принципе, это – макроскопическая задача, которая может быть решена хорошо проверенными классическими методами.

Магнитосфера нейтронной звезды может рассматриваться как область вокруг звезды, заполненная заряженными частицами (электронами, позитронами и ионами), движущимися в самосогласованном электромагнитном поле звезды и частиц. Согласно классическим методам исследования новых физических явлений первое, что нужно было сделать – это отделить важное от второстепенного. После этого для облегчения исследования следовало оставить только важное, пренебрегая второстепенным, и досконально исследовать это важное. Иначе говоря, сначала явление исследуется в основном (нулевом) приближении. После того как результат исследования важного завершен, он фиксируется как нулевое приближение и на фоне полученного и зафиксированного результата нулевого приближения исследуются все остальные (второстепенные) эффекты как результаты последующих приближений, т.е. как малые отклонения от основного состояния. Математически это означает, что следует обезразмерить дифференциальные уравнения, описывающие магнитосферу пульсара. Если там будут обнаружены члены, содержащие малые коэффициенты, то для получения нулевого приближения этими членами следует пренебречь, чтобы вернуться к их рассмотрению после того как будет завершено исследование нулевого приближения.

В случае магнитосферы нейтронной звезды обезразмеривание динамических уравнений, описывающих движение заряженных частиц, приводит к появлению членов с малыми коэффициентами порядка  $10^{-10} - 10^{-15}$ . В нулевом приближении столь малыми членами заведомо можно пренебречь. После этого получаются уравнения имеющие вид:

$$n_{(-)}\mathbf{F}_{(-)} = 0, \quad n_{(+)}\mathbf{F}_{(+)} = 0$$

где  $n_{(\pm)}$  суть концентрации положительно заряженных  $n_{(+)}$  и отрицательно заряженных  $n_{(-)}$  частиц, а  $\mathbf{F}_{(\pm)}$  есть действующая на них сила Лоренца ( $\mathbf{F}_{(+)} = -\mathbf{F}_{(-)}$ ). Приведенную систему нужно решить совместно с системой уравнений Максвелла для электромагнитного поля. Решение этих уравнений приводит к разбиению магнитосферы на области двух типов: (1) вакуумную ( $n_{(\pm)} = 0$ ) и (2) заполненную заряженными частицами ( $n_{(\pm)} \neq 0$ ,  $\mathbf{F}_{(+)} = 0$ ). Решение системы уравнений в нулевом приближении означает определение формы областей этих двух типов. Для определения формы областей получается довольно сложная система интегральных уравнений, которую практически можно решать только численно. Согласно классическому подходу к исследованию магнитосферы избежать решения этих уравнений нельзя, поскольку речь идет об определении основного состояния магнитосферы, которое является основным фактором, описывающим данное явление.

Не вдаваясь в излишние детали и не называя имен исследователей<sup>8</sup>, опишем, как происходило исследование магнитосферы пульсара. Вместо того, чтобы честно решать систему уравнений и найти форму соответствующих областей, подавляющее большинство исследователей предпочло ограничиться гипотезой о форме этих областей. Сначала (работы 1969-1976 годов) предполагали, что заряженные частицы заполняют всю магнитосферу. Затем когда стало ясно, что это предположение не проходит из-за проблем, возникающих на так называемом световом цилиндре, где скорость твердотельного вращения магнитосферы достигала скорости света, стали выдвигаться более изощренные гипотезы. Однако, все это были гипотезы. Мало кому в голову приходило, что форма областей есть результат решения надлежащих уравнений, а вовсе не вопрос гипотезы. Возникает вопрос. Что это? Результат всеобщей некомпетентности или результат комплекса двоечника, когда вместо честного и логически обоснованного решения проблемы предлагается некоторая гипотеза, призванная быстро и без хлопот получить желаемый результат?

Хотя первый вариант исключить полностью нельзя, мы все же склоняемся к мысли, что в данном случае имеет место комплекс двоечника. Дело в том, что когда в восьмидесятых годах были приближенно вычислены формы упомянутых областей, они были забракованы большинством исследователей на том основании, что они не давали немедленного объяснения феномена радиопульсара. (Феномен радиопульсара объясняется вторичными эффектами, для объяснения которых недостаточно нулевого приближения, а нужно исследовать

---

<sup>8</sup>Подробности можно найти в работе[15], где проведен детальный анализ ситуации.

эффекты, описываемые приближениями более высокого порядка). Таким образом, к началу девяностых годов существовал конкурс различных гипотез о структуре магнитосферы пульсара вместо логически состоятельного расчета модели его магнитосферы. При этом разные авторы верили в то, что именно их гипотеза о структуре магнитосферы является правильной и наилучшим образом объясняет наблюдаемые эффекты. Что касается непротиворечивости моделей и их обоснованности с точки зрения законов физики, то этот вопрос как правило оставался вне области обсуждения. Все это представляется нам издержками комплекса двоечника, порожденного длительным существованием компенсирующей концепции, обязанной в свою очередь вялой ошибке в неевклидовой геометрии.

Как обстоит дело сейчас, точно сказать трудно, так как с начала девяностых годов автор прекратил свои исследования в этой области. Однако, судя по косвенным признакам, все осталось без перемен. Дело в том, что в девяностых годах и даже несколько раньше начали обнаруживать астрофизические объекты, получившие название "джетов" (jet). Они представляют собой струи релятивистских электронов и позитронов, природа которых до сих пор не известна [16]. Как можно усмотреть из аккуратно рассчитанной осесимметричной магнитосферы пульсара [17, 18], "джеты" являются частью ее структуры, которая при внешних воздействиях на магнитосферу (например, при взаимодействии с аккреционным проводящим диском) может отрываться от магнитосферы под действием возникающего электрического поля, образуя поток релятивистских частиц. Этого нельзя усмотреть из моделей магнитосферы пульсара, придуманных специально для объяснения радиоизлучения пульсара. В этом заключается различие между добротным проведенным научным исследованием, которое достаточно сделать один раз и затем пользоваться его плодами, и скороспелым научным исследованием, где для исследования разных сторон одного и того же объекта приходится придумывать все новые и новые гипотезы. Из всего этого мы делаем заключение, что существенных продвижений в теории магнитосферы пульсара за последние десять лет не было.

## 8 После исправления вялой ошибки

После исправления вялой ошибки в науке начинается медленный процесс изменений, суть которого мы попытаемся изучить на примере эволюции небесной механики после принятия доктрины Коперника с тем, чтобы использовать это для прогноза изменений в теории явлений микромира.

В доктрине Птолемея движение планет представляло собой нечто целостное, что нельзя было разложить на части. Попросту говоря, предполагалось, что каждая планета прикреплена к некоторому невидимому колесу, равномерно вращающемуся вокруг своей оси. Ось могла быть прикреплена к другому колесу, которое вращалось вокруг своей оси, которая в свою очередь была прикреплена к третьему колесу и т.д. Система колес могла быть очень сложной, но

планета обязательно должна была быть прикреплена к какому-то колесу и не могла двигаться независимо сама по себе, т.е. так, как мы это представляем себе сейчас. Иначе говоря, планета двигалась не сама по себе, а ее двигало некоторое колесо, прилагая к планете некоторую силу и тем самым заставляя ее двигаться. В этом пункте небесная механика смыкалась с механикой земной, где согласно Аристотелю для движения тела, необходимо прилагать к нему силу. Доктрина Коперника ничего не изменила в этом пункте. Невидимые колеса, к которым были прикреплены планеты остались. Они только стали другими. Колеса, вертевшиеся в основном вокруг Земли были заменены колесами, вертевшимися вокруг Солнца и число их уменьшилось.

Следующим исследователем, сделавшим вклад в небесную механику и не только в нее, был Галилео Галилей. Он открыл закон инерции, из которого следовало, что планета может двигаться сама по себе, если даже на нее не действуют силы, поэтому совсем необязательно прикреплять планету к вращающемуся невидимому колесу. Тем самым было разрушено представление об орбитах планет как о чем-то целостном. Следующий шаг в развитии небесной механики был сделан Иоганном Кеплером, который на основе обработки многочисленных наблюдений, сделанных Тихо Браге, установил, что планеты движутся по эллипсам. Теперь, когда планеты были оторваны от вращающих их невидимых колес, это было возможно. В самом деле, если планеты могут двигаться сами по себе без прилагаемых к ним усилий, то почему они должны двигаться обязательно по круговым орбитам. В равной степени они могут двигаться и по эллипсам, тем более, что это лучше соответствует наблюдениям.

Создание небесной механики завершил Исаак Ньютон. Он пошел еще дальше в разрушении целостности орбит планет. Теперь орбита планеты состояла из отдельных элементов. Расположение и направление каждого элемента орбиты не было заранее predetermined. Оно зависело от силы действующей на планету. То же было верно для любых других тел. Небесная механика, оперирующая с орбитами планет, как некими целыми завершенными конструкциями была оставлена. На смену ей пришла механика, в которой элементы орбиты управлялись силами, и орбиты не были обязаны быть коническими сечениями, а могли иметь сложную форму, если к тому приводили действующие на них силы. Для описания движения тел в такой механике пришлось создать специальный математический аппарат, известный сейчас, как исчисление бесконечно малых, или математический анализ. Одновременно Ньютон создал концепцию пространства и времени. Ньютон представлял себе пространство и время бесконечными и непрерывными, и это находилось в согласии и соответствии с механикой и описывающим ее математическим аппаратом. Все это вместе взятое образовало механику Ньютона, которая просуществовала в почти неизменном виде до начала XX века, когда был произведен первый пересмотр представлений Ньютона о пространстве и времени, известный как специальная теория относительности (СТО).

Взяв развитие небесной механики за модель развития науки после исправления вялой ошибки, попытаемся представить себе, как может измениться мо-

дель пространства-времени после замены геометрии Минковского на невырожденную Т-геометрию. Во-первых, это есть пересмотр наших представлений о пространстве-времени, при котором пространство-время с детерминированной механикой заменяется на пространство-время с недетерминированной механикой. Ясно, что математический аппарат, обслуживавший ньютоновскую механику, а затем механику релятивистскую, является неадекватным при описании недетерминированной механики. Возникает проблема создания математического аппарата, адекватного недетерминированной механике. Задача эта не из простых. По-видимому, какое-то время можно будет обходиться обычной релятивистской механикой в пространстве Минковского, аппроксимируя действие невырожденности геометрии пространства-времени с помощью специальных взаимодействий (или сил). Однако, в дальнейшем вопрос о создании адекватного математического аппарата все равно встанет, хотя сейчас очень трудно представить себе, каким он может и должен быть.

Если можно сказать о Ньютоне, что он расчленил целостное движение тела на части с тем, чтобы затем сложить траекторию тела из полученных кусков, соединяя их определенным образом, то о недетерминированной механике, по-видимому, следует сказать, что процесс дифференциации целостного движения тела продолжается и усиливается в том смысле, что теперь элементы траектории (или мировой линии) соединяются между собой случайным (или неопределенным) способом. Однако, пока остается неясным, как формализовать эту процедуру.

В условиях отсутствия вялой ошибки и соответствующей ей компенсирующей концепции классический стиль (К-стиль) научного исследования является более эффективным, чем П-стиль, поскольку обеспечивает преемственность научных исследований и позволяет, используя труд нескольких поколений исследователей, создавать сложные и логически состоятельные построения. Следует ожидать, что К-стиль одержит победу над господствующим ныне П-стилем. Победа К-стиля представляется несомненной, хотя борьба предстоит долгая и трудная, как об этом свидетельствует история других известных компенсирующих концепций.

По-видимому, при переходе от доктрины Птолемея к механике Ньютона также происходила смена стиля научного исследования и этот процесс привел к конфликтам того типа, который возник между Галилеем и католической церковью по поводу вращения Земли. Принято считать, что конфликт обусловлен нетерпимостью церкви по отношению к еретикам. Однако, следует учесть, что до и во время Коперника практически все ученые были церковнослужителями. При этих условиях чисто научные разногласия между учеными приобретали форму церковных разногласий (ереси). Искушение использовать церковные институты для подавления научных оппонентов подчас было слишком велико. Совершенно так же в наше время для борьбы с научными оппонентами используются самые различные научные институты, причем далеко не всегда использование всех этих средств остается в общепринятых этических рамках. Хотя очень мало известно о стиле научных исследований современни-

ков Птолемея, но следует ожидать, что он сильно отличался от стиля научных исследований современников Ньютона. По-видимому, время от Коперника до Ньютона приходится на смену стиля научных исследований и сопровождается конфликтами между сторонниками старого и нового стилей.

На пути создания новой теории явлений микромира кроме неадекватной геометрии имеется еще одно концептуальное препятствие, которое нужно было преодолеть. Этим препятствием является неправильное понимание понятия состояния частицы в релятивистской механике, против которого предостерегал еще Владимир Фок [19]. Релятивистская статистика очень чувствительна к понятию состояния, так как она есть исчисление состояний.

В нерелятивистской физике частица есть точка в трехмерном пространстве, и ее состояние есть точка в шестимерном фазовом пространстве координат и импульсов, а плотность состояний, с которой имеет дело статистика есть неотрицательная функция распределения в фазовом пространстве. В релятивистской физике вместо частицы используется МЛ (мировая линия как физический объект), состояние которой определяется четырехмерным вектором в точке пространства-времени. Плотность состояний МЛ, с которой имеет дело релятивистская статистика, в простейшем случае представляет собой вектор (в других более сложных случаях – это достаточно сложная тензорная конструкция). Попытка описывать статистику релятивистских частиц (особенно стохастических) в терминах скалярной функции распределения в фазовом пространстве координат и импульсов является неадекватной. В частности, отождествление (7.1) гамильтониана и энергии частицы и последствия этого отождествления являются результатом непонимания того, что специальная теория относительности (СТО) не сводится к приданию описанию релятивистски ковариантной формы. Она включает в себя еще учет того, что является физическим объектом в релятивистской физике.

Статистика есть описание многих одинаковых объектов. В нерелятивистской статистике объектом описания являются точки фазового пространства. В соответствии с этим в нерелятивистской статистике можно использовать вероятностное описание, т.е. вводить понятие (неотрицательной) плотности вероятности. Вероятностное описание предполагает возможность разбиения одновременных событий на статистически независимые события. Такое разбиение невозможно в релятивистской статистике из-за отсутствия одновременности и объективно одновременных событий. Использовать для этой цели условную одновременность (т.е. одновременность в фиксированной системе координат) нельзя, так как это будет применение статистического описания к способу описания, а не к реальным физическим объектам. Формально математически вероятностное описание в релятивистской статистике невозможно из-за свойств объекта статистического описания (МЛ), и нужна альтернатива вероятностному описанию.

Стохастическое движение микрочастиц является релятивистским всегда, т.е. даже тогда, когда среднее макроскопическое движение частицы является нерелятивистским. Из-за этого для описания стохастического движения ми-

к рочастиц нужна релятивистская статистика. К сожалению, понимания этого простого обстоятельства не было, и считалось, что для обоснования нерелятивистской квантовой механики достаточно нерелятивистской статистики. Попытки обосновать квантовую механику как статистическое описание некоторого стохастического движения микрочастиц многочисленны и неудачны (см. обзор и ссылки в [20, 21, 22]). Эти попытки различаются в деталях. Одни авторы считают, что блуждание квантовых частиц описывается некими скрытыми параметрами, другие, напротив, полагают, что никаких скрытых параметров нет. Однако, все они считают, что случайное блуждание частиц является нерелятивистским и используют для его описания нерелятивистскую статистику<sup>9</sup>. Это и есть основное заблуждение.

Альтернатива нерелятивистской статистике была найдена [23] – это релятивистская статистика, где объектом статистического описания является неточечный объект. В простейшем случае это МЛ, в более сложном случае системы, состоящей из  $n$  МЛ, это –  $n$ -мерная поверхность в  $4n$ -мерном пространстве  $\Omega^n = \bigotimes_{k=1}^{k=n} \Omega$ , где посредством  $\Omega$  обозначено пространство-время. Релятивистская статистика использует динамическую концепцию статистического описания, которая является альтернативой вероятностному описанию и формулируется очень просто. *Статистический ансамбль стохастических систем является динамической системой.* Другими словами, хотя для стохастической системы не существует динамических уравнений, но если рассмотреть статистический ансамбль, т.е. систему, состоящую из многих одинаковых независимых стохастических систем, то для него существуют динамические уравнения. По существу, это – единственное, что нужно для того, чтобы свести описание стохастической системы к детерминированной. Вероятностное описание входит в динамическую концепцию статистического описания как частный случай.

В применении к отдельной стохастической частице релятивистская статистика приводит к сплошной среде, поскольку статистический ансамбль большого числа случайно движущихся частиц – это сплошная среда. Хорошо известно, что квантовая механика одной частицы может быть сведена к описанию сплошной среды [24]. Описание в терминах сплошной среды менее детально, чем вероятностное описание. Это связано с тем, что вероятностное описание предполагает возможность разбиения одновременных событий на статистически независимые события. При описании в терминах сплошной среды такое разбиение, вообще говоря, невозможно из-за связей между точками среды, которые описываются кинематическими соотношениями. В релятивистской статистике разбиение на статистически независимые события тоже невозможно как из-за отсутствия абсолютной одновременности, так и из-за протяженности объектов (МЛ) статистического описания.

Таким образом, если микрочастицы случайно блуждают, то при определенных характеристиках этого блуждания его статистическое описание приводит

---

<sup>9</sup>Если даже некоторые из авторов считают блуждание частиц релятивистским, то все равно применяется вероятностное описание, т.е. нерелятивистская статистика.



к квантовой механике. Важно лишь, чтобы используемое статистическое описание было релятивистским. В результате нерелятивистская аксиоматическая теория – квантовая механика может быть обоснована как релятивистское статистическое описание случайного блуждания микрочастиц. Кратко это формулируется так. Квантовая механика есть нерелятивистское приближение релятивистской статистики. Все это очень напоминает ситуацию с тепловыми явлениями, где аксиоматическая термодинамика тоже есть статистика только нерелятивистская. Есть и другие различия. Стохастичность движения молекул в тепловых процессах уменьшается при уменьшении температуры, и в принципе она может быть уничтожена совсем. В квантовой механике стохастичность имеет некоторую универсальную причину и уменьшена быть не может. Все это дает право квалифицировать квантовую механику как релятивистскую статистику (точнее, нерелятивистское приближение релятивистской статистики). В дальнейшем термин "релятивистская статистика" будет использоваться для названия новой теории явлений микромира.

Релятивистская статистика не дает ответа на вопрос, что является причиной случайного блуждания микрочастиц и откуда берется квантовая постоянная, описывающая степень этой случайности. Ответ на этот вопрос дает новая модель пространства-времени с невырожденной T-геометрией. Следует заметить, что релятивистская статистика возникла раньше (конец семидесятых годов), чем невырожденная T-геометрия (начало девяностых годов) и создатель T-геометрии сразу увидел в ней то, что давно искал – причину случайного блуждания микрочастиц.

Заметим в этой связи, что для статистического обоснования квантовой механики замена вероятностного описания на динамическую концепцию статистического описания гораздо важнее, чем модель пространства-времени с невырожденной T-геометрией. Именно она дает возможность избавиться от квантовых принципов при построении квантовой механики, тогда как T-геометрия только объясняет причину стохастичности. Сама по себе идея объяснения квантовой механики как статистического описания случайного блуждания микрочастиц появилась сразу же после возникновения квантовой механики, и это понятно, потому что перед глазами исследователей была статистическая физика, которая объяснила подобным образом такую аксиоматическую теорию, как термодинамика. Почему же понадобилось полвека и усилия множества исследователей для того, чтобы повторить процедуру, уже проделанную статистической физикой?

По-видимому, трудно дать четкий и однозначный ответ на этот вопрос. Нам представляется, что причина кроется в недостаточно глубоком понимании принципов СТО и недостаточной ее геометризации. Причем речь идет только о понимании основной массы исследователей, потому что классики релятивизма прекрасно понимали суть дела. Мы уже упоминали в этой связи о Фоке [19]. Дж.Л. Синг в предисловии к своей книге [6] пишет о том, что он мыслит в терминах пространственно-временных схем, и собеседники не понимают его, т.е. речь идет о недостаточном распространении идеи геометризации теории

относительности. Нам кажется, что в свою очередь недостаточная геометризация физики имеет своей причиной компромиссный характер изложения СТО в большинстве учебников и руководств. В ньютоновской теории пространства-времени существует абсолютная одновременность событий, происходящих в удаленных точках. В теории относительности абсолютной одновременности нет. Из-за этого важного обстоятельства ньютоновская теория и СТО несовместимы. Однако, большая часть физики была и остается нерелятивистской. Научное сообщество не желает переформулировать всю нерелятивистскую физику в строгих релятивистских терминах для того только, чтобы строго описать малые релятивистские поправки. Был придуман компромиссный вариант теории относительности, где используется относительная одновременность, т.е. одновременность в отдельной инерциальной системе координат. Таким образом, одновременность как бы есть, и нерелятивистский метод описания пригоден, но с другой стороны одновременность различна в разных системах координат и требования СТО тоже выполнены. Такая форма изложения СТО создает иллюзию, что для совместности описания физического явления с требованиями СТО достаточно, чтобы динамические уравнения допускали релятивистски ковариантное представление<sup>10</sup>. Действительно, это условие является необходимым, но не является достаточным. Отсутствие достаточности относится в первую очередь к статистическому описанию, в котором, как уже упоминалось, необходимо еще, чтобы в качестве физического объекта рассматривалась мировая линия частицы (МЛ), а не сама частица.

Первым шагом релятивистской статистики должна быть демонстрация того, что ее нерелятивистское приближение во всяком случае не хуже, чем квантовая механика, и что она способна получить основные соотношения квантовой механики и объяснить квантовые эффекты, не используя принципов квантовой механики. На этом пути возникают две основные проблемы. Во-первых, нужно показать, что все квантовые эффекты являются чисто динамическими эффектами, которые могут быть объяснены на основе уравнения Шредингера, рассматриваемого как динамическое уравнение для некоторой распределенной динамической системы, типа сплошной среды. Во-вторых, нужно показать, каким образом появляются такие фундаментальные для квантовой механики понятия как волновая функция и спин.

Дело в том, что в квантовой механике волновая функция является фундаментальным объектом и определяется через ее свойства, т.е. аксиоматически. (Волновая функция есть вектор в гильбертовом пространстве. Квадрат модуля волновой функции представляет собой плотность вероятности... и т.д.) Весь этот набор аксиом, которым должны удовлетворять волновая функция и спин представляют собой квантовую аксиоматику (квантовые принципы). Если релятивистская статистика желает обходиться без принципов квантовой механики, то она должна ввести волновую функцию и спин как атрибуты какой-то

---

<sup>10</sup>По нашим наблюдениям многие физики представляют себе СТО следующим упрощенным образом. Нужно заменить в ньютоновской физике все нерелятивистские формулы на релятивистские и добавить преобразования Лоренца. Тогда получится СТО.

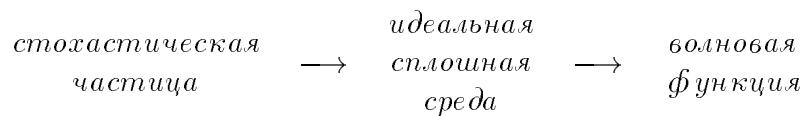
модели и вывести их свойства из свойств этой модели. При этом заодно получают ограничения на область применимости квантовой аксиоматики. То, что из уравнения Шредингера для волновой функции можно получить уравнения для сплошной среды, было известно давно [24]. Но можно ли получить волновую функцию как атрибут сплошной среды? Если да, то при каких условиях?

Аналогичная проблема стояла перед создателями статистической физики при их попытках обосновать аксиоматическую термодинамику, основывающуюся на понятии теплорода. Нужно было ввести понятие тепла как атрибута некоторой модели. Это было сделано, когда выяснилось, что хаотическое движение молекул и его передача от одного тела к другому определяется теми же законами, что и постулированное движение теплорода. Установление того факта, что тепло есть хаотическое движение молекул, позволило свести термодинамику к механике и использовать комбинацию механики со статистическим описанием. Описание конфликтов и коллизий, возникших при этом процессе, можно найти в [25].

Оказалось, что волновая функция и спин являются атрибутами любой идеальной (недиссипативной) сплошной среды [26]. Это есть чисто математическое свойство, появляющееся при интегрировании динамических уравнений движения идеальной сплошной среды. После интегрирования движение сплошной среды описывается в терминах гидродинамических потенциалов (потенциалов Клебша), из которых может быть построена комплексная  $\psi$ -функция. При некоторых условиях  $\psi$ -функция удовлетворяет линейному динамическому уравнению, совпадающему с уравнением Шредингера, и может быть отождествлена с волновой функцией. Спин (число компонент  $\psi$ -функции) оказывается связанным с характером течения сплошной среды, т.е. он оказывается коллективным свойством всей среды [27], но не отдельной частицы, как это имеет место в квантовой механике. Аналогичная ситуация возникает в статистической физике, где температура является коллективным свойством многих молекул, а не свойством отдельной молекулы, тогда как в аксиоматической термодинамике температура есть свойство любого количества вещества, в том числе и отдельной молекулы.

Таким образом, волновая функция и спин являются атрибутами идеальной сплошной среды, а сплошная среда появляется при статистическом описании стохастического движения частицы, когда в соответствии с принципом статистического описания рассматривается ансамбль одинаковых стохастических частиц вместо одной стохастической частицы. При этом ансамбль случайных частиц образуют динамическую систему (сплошную среду), для которой существуют динамические уравнения, в то время как для одной стохастической частицы их не существует [28, 29].

Логическая схема построения квантовой механики на основе релятивистской статистики выглядит следующим образом:



Для оценки перспектив дальнейшего развития релятивистской статистики важно знать отношение к ней научного сообщества. По нашим наблюдениям в среднем его можно квалифицировать как безразлично-враждебное. Дело в том, что неудовлетворенность квантовой механикой существовала с первых дней ее возникновения. Публиковались научные труды, предлагавшие альтернативы квантовой механике (см. обзоры и ссылки в них [20, 21, 22]). Однако, большинство работ такого сорта воспринималось как призыв вернуться назад к детерминированной классической механике, что конечно было неприемлемо. В результате теперь принципы квантовой механики рассматриваются как законы природы, и всякая попытка их пересмотреть воспринимается как безумная и безнадежная попытка посягнуть на законы природы. Одним словом, в условиях неисправленной вялой ошибки П-стиль торжествовал, а К-стиль был обречен на поражение.

Образно выражаясь, можно сказать, что принципы квантовой механики играют роль костылей, на которые опирается современная квантовая механика, и которые помогают ей передвигаться и правильно описывать явления микромира. Эти костыли стали необходимой частью теории, и научное сообщество, вообще, не представляет себе, что можно обходиться без подобных костылей. В соответствии с этим для него представляют интерес научные работы, предлагающие усовершенствование и модернизацию костылей. Научные работы по теории спортивного бега (без костылей) никакого интереса не вызывают просто потому, что подавляющая часть исследователей не представляет себе, что можно передвигаться, вообще, без костылей. После исправления вялой ошибки возрождение К-стиля неизбежно, но оно продлится достаточно долго, пока не сменится два-три поколения исследователей, потому что П-стиль – это очень серьезно.

После обнаружения вялой ошибки в геометрии и появления новой модели пространства-времени основной задачей в исследовании явлений микромира становится возрождение классического стиля научных исследований, ибо только так можно двигаться дальше в постижении его тайн, передавая надежную информацию от одного поколения исследователей к другому. Господствующий ныне П-стиль приводит лишь к перманентным микропереворотам в картине явлений микромира и перманентному конкурсу идей и результатов. Сейчас ситуация с исследованием явлений микромира такова, что новые коперники вроде бы уже не нужны, но имеется настоятельная потребность в новых галилеях, кеплерах и особенно ньютонах.

## Список литературы

- [1] Клейн Ф., *Элементарная математика с точки зрения высшей*, т.2, Москва "Наука", ГРФМЛ, (1987) с.206.
- [2] Rylov Yu.A., *J. Math. Phys.* v.**31**, 12, (1990), p.2876-2890.

- [3] Rylov Yu.A., *Int. J. Math. Math. Sci.* (в печати).
- [4] РЫЛОВ Ю.А. *ФМР* вып. 1, с.1-23, (2001).
- [5] Клейн Ф., *Лекции о развитии математики в XIX столетии*, т.1, Москва, "Наука", ГРФМЛ, (1989).
- [6] Synge J.L., *Relativity: The General Theory*, North-Holland, Amsterdam, (1960). (русс. пер. Синг Дж.Л., *Общая теория относительности*. ИИЛ, Москва, (1963)).
- [7] Einstein A., *Naturforsch. Ges. Zurich Vierteljahrschrift*, v.**58**, (1913), s.284, ; *Physik. Zs.* v.**14**, (1913), s.1249.
- [8] Kaluza Th., *Sitzungsber. K. Preus. Akad. Wiss. Berlin. Math. Phys.*, K1, (1921), s.966.
- [9] Klein O., *Z. Phys*, v.**37**, (1926), s.895.
- [10] Rylov Yu.A., *J. Math. Phys.* v.**32**, 8, (1991), p.2092-2098.
- [11] Дирак П.А.М., *Принципы квантовой механики*, Москва, ГИФМЛ, (1960).
- [12] РЫЛОВ Ю.А., *ТМФ.*, т.**2**, (1970), с.333-337.
- [13] Rylov Yu.A., *Int. J. Theor. Phys.* v.**6**, (1972), p.181-204.
- [14] Rylov Yu.A., Web site: <http://rsfq1.physics.sunysb.edu/~rylov/quant.htm> или mirror Web site: <http://194.190.131.172/~rylov/quant.htm>.
- [15] Rylov Yu.A., *Astrophys. Sp. Sci.*, v.**143**, (1988), p.269-300.
- [16] Mirabel I.F. and Rodriguez L.F., *astroph-ph/9902062* (1999).
- [17] Krause-Polstorff J. and Michel F.C., *Astron. Astrophys.*, v.**144**, (1985), p.72.
- [18] Rylov Yu.A., *Astrophys. Sp. Sci.*, v.**117**, (1985), p.5-34.
- [19] Фок В.А., *Теория пространства, времени и тяготения*. Москва, ГИТТЛ, (1955), с.121.
- [20] Belinfante F.J., *A Survey of Hidden-Variables Theories*, Oxford, Pergamon, (1973) и ссылки в ней.
- [21] Bohm D. and Hiley B.J., *Phys. Rep.* v.**172**, (1989), p.93-122 и ссылки в ней.
- [22] Holland P., *The Quantum Theory of Motion*, Cambridge, Cambridge University Press, (1993) и ссылки в ней.
- [23] Rylov Yu.A., *Int. J. Theor. Phys* v.**8**, p.65-83, p.123-139, (1973); v.**19**, p.645, (1980).

- [24] Madelung E., *Zs. Phys.* v.**40**, (1926), p.322-326.
- [25] Jammer M., *The conceptual development of quantum mechanics*. New York, McGraw-Hill book Company, (1967). Русский пер. Джаммер М., *Эволюция понятий квантовой механики*. Москва, Наука, (1985).
- [26] Rylov Yu.A., *J. Math. Phys.* v.**40**, 1, (1999), p.256-278.
- [27] Rylov Yu.A., *Found. Phys.* v.**25**, 7, (1995), p.1055-1086.
- [28] Rylov Yu.A., *Physics Essays* v.**4**, 3, (1991), p.300-314.
- [29] Rylov Yu.A., *Found. Phys.* v.**28**, 2, (1998) p.245-271.