Механизм рождения пар в классической динамике

Ю.А.Рылов

Институт проблем механики, РАН
119526, Москва, Пр. Вернадского, 101-1
email: rylov@ipmnet.ru
Web site: $http://gasdyn-ipm.ipmnet.ru/\tilde{}rylov/yrylov.htm$

Аннотация

Показано, что возможно описание рождения пар в классической динамике стохастических частиц. Любая частица порождает κ-поле, которое может менять массу частицы. Взаимодействие потока релятивистских частиц с возвращающимся потоком, отраженным от потенциального барьера, порождает такое κ-поле, что вокруг частицы возникает тахионная область. Мировые линии других частиц могут изменить направление во времени в тахионной области. В результате в тахионной области может возникнуть пара частица-античастица.

Ключевые слова: классическая динамика стохастических частиц; κ-поле; рождение пар; тахионная область;

1 Введение

Принято считать, что рождение пар возможно только в рамках квантовой механики. Однако механизм рождения пар не известен. Силовое поле, осуществляющее рождение пар не известно. Известно только, что пары частица-античастица рождаются скачкообразно. Частица и античастица рождаются вместе, потому что частица и античастица являются двумя различными состояниями мировой линии, которая является реальным физическим объектом в релятивистской динамике частиц. Мы будем использовать специальный термин "эмлон" для мировой линии, рассматриваемой как базовый объект динамики. Это прочтение аббревиатуры МЛ термина мировая линия. Частица и античастица суть два разных состояния эмлона. Эта терминология отличается от традиционной терминологии, где частица и античастица являются двумя базовыми объектами динамики. При этом мировая линия не является объектом динамики. Она представляет собой историю движения частицы.

В начале двадцатого века были обнаружены микрочастицы (электроны, протоны и др.), которые двигались недетерминированно. Пытались описать движение этих частиц в терминах нерелятивистского статистического описания [1, 2]. Однако, такое статистическое описание оказалось неудачным. В результате была изменена концепция динамики частиц. Классическая динамика частиц была заменена квантовой динамикой частиц. Замена концепции означала изменение математического формализма динамики частиц.

Однако, неудача нерелятивистского статистического описания динамики стохастических частиц была связана с тем, что квантовые нерелятивистские частицы были, на самом деле, релятивистскими частицами. Они имеют нерелятивистскую регулярную составляющую скорости, но стохастическая составляющая скорости является релятивистской. Для описания релятивистских стохастических частиц следует использовать релятивистское статистическое описание. Релятивистское статистическое описание и нерелятивистское статистическое описание различаются в определении состояния частицы.

Нерелятивисткое состояние (n-состояние) частицы описывается как точка в фазовом пространстве, тогда как релятивистское состояние (r-состояние) частицы представляет собой мировую линию в пространстве-времени [3, 4, 5]. Плотность состояний определяется по-разному для n-состояний и r-состояний.

Плотность $\rho\left(x, \mathbf{p}\right)$ n-состояний определяется соотношением

$$dN = \rho d\Omega$$

где dN есть число состояний в объеме $d\Omega$ фазового пространства. Величина ρ неотрицательна. Она может служить для введения плотности вероятности и для статистического описания в терминах плотности вероятности.

Плотность $j^k\left(x\right)$ r-состояний определяется соотношением

$$dN = j^k dS_k$$

где dN есть поток мировых линий через трехмерную площадку dS_k. 4-вектор j^k не может служить для введения плотности вероятности и для статистического описания в терминах вероятности.

Статистическое описание релятивистских частиц производится в терминах статистического ансамбля. Статистический ансамбль $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}\right]$ частиц $\mathcal{S}$ представляет собой множество из N ($N \to \infty$) независимых тождественных частиц $\mathcal{S}$. В традиционной концепции динамики детерминированных частиц детерминированная частица $\mathcal{S}_{\mathrm{d}}$ является базовым объектом динамики. Статистический ансамбль $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}_{\mathrm{d}}\right]$ детерминированных частиц $\mathcal{S}_{\mathrm{d}}$ является производным объектом. Если имеются динамические уравнения для $\mathcal{S}_{\mathrm{d}}$, то можно получить динамические уравнения для $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}_{\mathrm{d}}\right]$, потому что все динамические системы $\mathcal{S}_{\mathrm{d}}$ в $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}_{\mathrm{d}}\right]$ независимы. Динамические уравнения для $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}_{\mathrm{d}}\right]$ являются теми же самыми уравнениями для $\mathcal{S}_{\mathrm{d}}$, но число степеней свободы ансамбля $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}_{\mathrm{d}}\right]$ больше, чем число степеней свободы одной системы $\mathcal{S}_{\mathrm{d}}$. Если n есть число степеней свободы частицы $\mathcal{S}_{\mathrm{d}}$, то nN есть число степеней свободы ансамбля $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}_{\mathrm{d}}\right]$, где N есть число частиц $\mathcal{S}_{\mathrm{d}}$ в $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}_{\mathrm{d}}\right]$.

Идея релятивистского статистического описания выглядит следующим образом. Статистический ансамбль $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}\right]$ частиц $\mathcal{S}$ рассматривается как базовый объект динамики частиц. Это означает, что $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}\right]$ есть динамическая система, и динамические уравнения записываются прямо для $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}\right]$. Динамические уравнения для $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}\right]$ имеют вид уравнений для сплошной среды. Если частица $\mathcal{S}$ является детерминированной частицей $\mathcal{S}_{\mathrm{d}}$, то динамические уравнения для $\mathcal{S}_{\mathrm{d}}$ могут быть получены из динамических уравнений для $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\text{d}}]$. Динамические уравнения для $\mathcal{S}_{\text{d}}$ совпадают с динамическими уравнениями для $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\text{d}}]$, если они записаны в лагранжевом представлении.

Однако, если статистический ансамбль $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\text{st}}]$ состоит из стохастических частиц $\mathcal{S}_{\text{st}}$, то нельзя получить динамические уравнения для $\mathcal{S}_{\text{st}}$ из динамических уравнений для $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\text{st}}]$, потому что динамических уравнений для $\mathcal{S}_{\text{st}}$ не существует. В этом случае динамические уравнения описывают некоторое среднее движение частицы $\mathcal{S}_{\text{st}}$ (регулярную составляющую скорости стохастической частицы $\mathcal{S}_{\text{st}}$). Простым примером подобной ситуации являются уравнения газовой динамики, которые описывают среднее движение молекул газа. Их точное движение является случайным. Оно не может быть описано точно. Таким образом, замена базового объекта динамики частиц изменяет концепцию динамики частиц. Процедура замены базового объекта (логическая перезагрузка [6]) изменяет математический формализм динамики частиц: динамика отдельной частицы преобразуется в динамику сплошной среды. Но в обоих случаях динамика частиц остается классической динамикой.

Заметим что квантовая механика является по существу динамикой сплошной среды, но эта концепция ограничена рядом условий (квантовые принципы, линейность динамических уравнений и т.п.), которые отсутствуют в динамике, основанной на статистическом ансамбле, как базовом объекте динамики частиц.

Квантовая механика может быть обоснована как классическая динамика стохастических частиц [7, 6, 8]. Классическая динамика стохастических частиц появляется, когда изменяется главный объект динамики. Главным объектом динамики становится статистический ансамбль $\mathcal{E}[\mathcal{S}]$ частиц S (вместо отдельной частицы $\mathcal{S}$). Статистический ансамбль $\mathcal{E}[\mathcal{S}]$ является динамической системой независимо от того, являются ли частицы S детерминированными частицами. Если число частиц в ансамбле $N \to \infty$, статистический ансамбль $\mathcal{E}[\mathcal{S}]$ превращается в непрерывную динамическую систему типа жидкости. Статистический ансамбль $\mathcal{E}[\mathcal{S}]$ является детерминированной динамической системой, если даже системы $\mathcal{S}$, образующие статистический ансамбль являются стохастическими. Таким образом, будучи непрерывной средой, статистический ансамбль может описываться в терминах волновой функции, потому что волновая функция является способом описания непрерывной среды [9]. Если внутренняя энергия статистического ансамбля имеет вид $E = \frac{m\mathbf{v}_{\text{dif}}^2}{2}\rho = \frac{\hbar^2(\nabla\rho)^2}{8m\rho}$, где ρ есть плотность флюида ансамбля и $\mathbf{v}_{\text{dif}} = \frac{\hbar}{2m}\boldsymbol{\nabla}\log\rho$ есть средняя скорость частицы, то динамические уравнения в терминах волновой функции для потенциального течения этой жидкости совпадают с уравнением Шредингера.

В случае релятивистской стохастической частицы действие для статистического ансамбля эмлонов имеет вид

$$\mathcal{E}[\mathcal{S}]: \quad \mathcal{A}[x,\kappa] = \int_{V_\xi} \left(-Kmc\sqrt{g_{lk}\dot{x}^l\dot{x}^k} - \frac{e}{c}A_l\dot{x}^l\right) d^4\xi, \quad \dot{x}^i = \frac{\partial x^i}{\partial \xi_0} \tag{1.1}$$

$$K = \sqrt{1 + \lambda^2\left(\kappa_l\kappa^l + \partial_l\kappa^l\right)}, \quad \lambda = \frac{\hbar}{mc}, \quad \partial_l \equiv \frac{\partial}{\partial x^l} \tag{1.2}$$

Здесь $\xi = \{\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3\}$ суть независимые переменные, нумерующие частицы ансамбля. Величины $x = \{x^0(\xi), x^1(\xi), x^2(\xi), x^3(\xi)\}$, $\kappa = \{\kappa^0(x), \kappa^1(x), \kappa^2(x), \kappa^3(x)\}$ являются зависимыми переменными. A_l есть 4-потенциал электромагнитного поля.

Динамические уравнения получаются в результате варьирования по x и κ. После надлежащей замены переменных динамические уравнения приводятся к [6]

$$\begin{aligned}&\left(-i\hbar\partial_k+\frac{e}{c}A_k\right)\left(-i\hbar\partial^k+\frac{e}{c}A^k\right)\psi-m^2c^2\psi\\=\;&\frac{\hbar^2}{2\rho}\partial_l\left(\partial^l s_\alpha\rho\right)s_\alpha\psi+\frac{\hbar^2}{4}\partial_l\partial^l s_\alpha s_\alpha\psi+\frac{\hbar^2}{2\rho}\partial_l\left(\partial^l s_\alpha\rho\right)\sigma_\alpha\psi\end{aligned} \tag{1.3}$$

где ρ и 3-вектор $\mathbf{s}=\{s_1,s_2,s_3,\}$ определяются соотношениями

$$\rho=\psi^*\psi,\qquad s_\alpha=\frac{\psi^*\sigma_\alpha\psi}{\rho},\qquad \alpha=1,2,3 \tag{1.4}$$

$$\psi=\binom{\psi_1}{\psi_2},\qquad \psi^*=\left(\psi_1^*,\psi_2^*\right), \tag{1.5}$$

Здесь σ_α, $\alpha=1,2,3$ суть матрицы Паули.

В частном случае, когда течение потенциальное и волновая функция ψ является однокомпонентной, s_α =const, и уравнение (1.3) превращается в уравнение Клейна-Гордона

$$\left(-i\hbar\partial_k+\frac{e}{c}A_k\right)\left(-i\hbar\partial^k+\frac{e}{c}A^k\right)\psi-m^2c^2\psi=0 \tag{1.6}$$

Таким образом, действие (1.1), (1.2) описывает среднее движение релятивистской квантовой частицы (релятивистской классической стохастической частицы). В этом частном случае волновая функция ψ может быть представлена в виде

$$\psi=\sqrt{\rho_0}\exp\left(\kappa+i\varphi\right),\quad \rho_0=\text{const} \tag{1.7}$$

где κ является потенциалом κ-поля κ_l

$$\kappa_l=\partial_l\kappa \tag{1.8}$$

Существование потенциала κ следует из динамических уравнений, получаемых вариацией действия (1.1) по κ^l. Переменная φ является потенциалом импульса p_l

$$p_l=\frac{\partial}{\partial\dot{x}^l}\left(-Kmc\sqrt{g_{lk}\dot{x}^l\dot{x}^k}-\frac{e}{c}A_l\dot{x}^l\right)=-Kmc\frac{g_{ls}\dot{x}^s}{\sqrt{g_{ik}\dot{x}^i\dot{x}^k}}-\frac{e}{c}A_l \tag{1.9}$$

рассматриваемого как функция координат x.

Классическое силовое поле κ_l, $l=0,1,2,3$ является внутренним полем любой частицы. Оно изменяет массу частицы m, заменяя обычную массу частицы m эффективной массой M

$$M=\sqrt{m^2+\frac{\hbar^2}{c^2}\left(\kappa_l\kappa^l+\partial_l\kappa^l\right)}, \tag{1.10}$$

Используя соотношение (1.8), это соотношение может быть представлено в виде

$$M=Km=\sqrt{m^2+\frac{\hbar^2}{c^2}e^{-\kappa}\partial_l\partial^l e^{\kappa}} \tag{1.11}$$

κ-поле κ_l ответственно за квантовые эффекты. То же самое κ-поле ответственно за рождение пар, потому что κ-поле может поворачивать мировую линию частицы во временном направлении. В этом смысле можно говорить, что рождение пар возможно только в рамках квантовой теории.

С формальной точки зрения действие (1.1), (1.2) описывает заряженную жидкость, заряженные частицы которой взаимодействуют через самосогласованное силовое поле κ. Динамика этой жидкости классическая. Однако, если жидкость описывается в терминах волновой функции и κ-поле включается в эту волновую функцию, то получается квантовое описание, которое не содержит κ-поля явно.

Связь между уравнением Шредингера и динамикой идеальной жидкости известна давно [10]. Но эта связь односторонняя в том смысле, что можно получить уравнения гидродинамики из уравнения Шредингера, тогда как получать уравнение Шредингера из уравнений гидродинамики не умели. Теперь, когда известно, что волновая функция представляет собой способ описания идеальной (недиссипативной) сплошной среды [9], можно получить уравнение Шредингера как уравнение гидродинамики.

Представление квантовой механики как специального случая газовой динамики (или классической динамики стохастических релятивистских частиц (КДСРЧ) полезно в том отношении, что это более общая концепция, которая не нуждается в квантовых принципах. Нет необходимости объединять квантовые принципы с принципами теории относительности. Достаточно использовать релятивистский лагранжиан для описания жидкости. Кроме того в рамках КДСРЧ можно описывать явление рождения пар.

Будучи аксиоматической концепцией, традиционная квантовая теория описывает только часть свойств квантовых явлений. Эта часть касается главным образом нерелятивистских квантовых явлений. Релятивистские квантовые явления оказываются вне области, описываемой квантовыми принципами. Теоретики говорят о необходимости объединения квантовых принципов с принципами теории относительности. Квантовая теория поля должна была решить эту проблему. К сожалению, квантовая теория не может решить надлежащим образом проблему рождения пар, которая является специальной проблемой релятивистской квантовой теории. Механизм рождения пар не ясен в квантовой теории поля. Некоторые теоретики полагают, что в рамках вторичного квантования добавление некоторых нелинейных членов к уравнению Клейна-Гордона могло бы объяснить явление рождения пар. К сожалению, этот подход не последователен, потому что он использует отождествление энергии с гамильтонианом, что непоследовательно в случае, когда возможно рождение пар [11].

На самом деле, в случае возможности поворота мировой линии во времени энергия E_{p} частицы и энергия E_{a} античастицы всегда положительны, тогда как знак временной составляющей $p_0 = H$ канонического импульса различен для частицы и античастицы [12]. При вторичном квантовании энергия E отождествляется с гамильтонианом $H = p_0$. Такое отождествление не последовательно. Оно приводит к нестационарности вакуумного состояния, что свидетельствует о непоследовательности подхода.

Какая польза от классической динамики стохастических (квантовых) частиц?

Традиционная квантовая механика является аксиоматической концепцией квантовых явлений, тогда как классическая динамика стохастических частиц является модельной концепцией квантовых явлений. В применении к теории атомных явлений обе концепции дают один и тот же результат. Однако, в приложении к элементарным частицам результаты различны. Аксиоматическая концепция приводит к эмпирическому подходу, когда каждая элементарная частица рассматривается как точечный объект, снабженный набором квантовых чисел. Устройство частицы не рассматривается. Модельная концепция приводит к структурному подходу, где элементарная частица является сложным объектом, имеющим внутреннюю структуру. В частности, κ-поле является элементом этой структуры.

При учете классического силового поля κ_l квантовая механика может рассматриваться как классическая механика стохастических частиц. Тогда естественно ожидать, что явление рождения пар может быть описано в рамках классической динамики. Некоторые стороны этой проблемы были рассмотрены в работах [13, 14]. В этой работе мы рассмотрим (1) механизм рождения пар во внешнем κ-поле и (2) генерацию κ-поля при столкновении релятивистских частиц.

2 Рождение пар в κ-поле

Рассмотрим движение частицы в заданном κ-поле, которое представлено множителем K в действии (1.1). Действие, описывающее мировую линию частицы, имеет вид

$$\mathcal{A}[x] = -\int c\sqrt{M^2 g_{lk}\dot{x}^l\dot{x}^k}d\tau, \quad \dot{x}^k \equiv \frac{dx^k}{d\tau} \tag{2.1}$$

где $x = x(\tau)$ и эффективная масса $M = Km = M(x)$ есть заданная функция от x. Метрический тензор имеет вид $g_{ik} = \mathrm{diag}(c^2, -1, -1, -1)$. Мировые линии могут располагаться только в области, где выражение под знаком радикала $M^2 g_{lk}\dot{x}^l\dot{x}^k > 0$. Импульс частицы имеет вид

$$p_i = -Mc\frac{g_{ik}\dot{x}^k}{\sqrt{g_{lk}\dot{x}^l\dot{x}^k}} \tag{2.2}$$

$$\mathbf{p} = M\frac{\frac{d\mathbf{x}}{dt}}{\sqrt{1 - c^{-2}\left(\frac{d\mathbf{x}}{dt}\right)^2}}, \qquad p_0 = -\frac{Mc^2}{\sqrt{1 - c^{-2}\left(\frac{d\mathbf{x}}{dt}\right)^2}} \tag{2.3}$$

Уравнение Гамильтона-Якоби имеет вид

$$\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial S}{\partial \mathbf{x}}\right)^2 = K^2m^2c^2 = M^2c^2 \tag{2.4}$$

Рассмотрим простейший случай, когда $K = K(t)$. Тогда полный интеграл уравнения Гамильтона-Якоби (2.4) имеет вид

$$S - S_0 = \int mc^2\sqrt{K^2(t) + \frac{\mathbf{p}^2}{m^2c^2}}dt + p_\beta x^\beta, \quad \mathbf{p} = \{p_1, p_2, p_3\} = \mathrm{const} \tag{2.5}$$

Мировая линия частицы имеет вид

$$\frac{\partial S}{\partial p_\beta} = x_0^\beta, \quad x_0^\beta = \mathrm{const},\ \beta = 1,2,3 \tag{2.6}$$

Подставляя (2.5) в (2.6) и полагая $p_2 = p_3 = 0$, получаем

$$\int \frac{p_1}{m\sqrt{K^2\left(t\right) + \frac{p_1^2}{m^2c^2}}} dt + x^1 = x_0^1 \tag{2.7}$$

$$x^2 = x_0^2, \quad x^3 = x_0^3 \tag{2.8}$$

Интегрирование в (2.7) производится только по области, где выражение под знаком радикала положительно. Например, пусть K-фактор K^2 имеет вид

$$K^2 = \begin{cases} 1 + \frac{t}{t_0} & \text{если} \quad t < 0 \\ 1 & \text{если} \quad t > 0 \end{cases}$$

$$S - S_0 = \begin{cases} S_1\left(t\right) & \text{если} \quad t < 0 \\ S_2\left(t\right) & \text{если} \quad t > 0 \end{cases} \tag{2.9}$$

Уравнение (2.7) имеет вид

$$\frac{\partial S_1}{\partial p_1} = \int_{-t_0\gamma^2}^{t} \frac{p_1}{m\sqrt{\frac{t}{t_0} + \gamma^2}} dt + x^1 = x_0^1, \quad t < t_0, \tag{2.10}$$

$$\frac{\partial S_2}{\partial p_1} = \pm \int_0^t \frac{p_1}{m\gamma} dt + x^1 = y_0, \quad t > t_0 \tag{2.11}$$

где γ есть лоренц-фактор

$$\gamma = \sqrt{\frac{m^2c^2 + p_1^2}{m^2c^2}} = \frac{E}{mc^2} \geq 1 \tag{2.12}$$

Здесь $E = \sqrt{m^2c^4 + p_1^2c^2}$ есть энергия частицы. Полагая $x^1 = x$, получим для (2.10) и (2.11)

$$2t_0 \frac{p_1}{m}\sqrt{\frac{t}{t_0} + \gamma^2} = -\left(x - x_0\right), \quad t < t_0 \tag{2.13}$$

$$\pm \frac{p_1}{m\gamma} t = -\left(x - y_0\right), \quad t > t_0 \tag{2.14}$$

где x_0 и y_0 суть произвольные постоянные, которые связаны условием непрерывности мировой линии. Получаются две ветви решения

$$x_- = \begin{cases} x_0 - 2t_0 \frac{p_1}{m}\sqrt{\frac{t}{t_0} + \gamma^2} & \text{если} \quad t < 0 \\ x_0 - 2t_0 \frac{p_1\gamma}{m} - \frac{p_1}{m\gamma} t & \text{если} \quad t > 0 \end{cases} \tag{2.15}$$

$$x_+ = \begin{cases} x_0 + 2t_0 \frac{p_1}{m}\sqrt{\frac{t}{t_0} + \gamma^2} & \text{если} \quad t < 0 \\ x_0 + 2t_0 \frac{p_1\gamma}{m} + \frac{p_1}{m\gamma} t & \text{если} \quad t > 0 \end{cases} \tag{2.16}$$

Эти две ветви совпадают в точке с координатами $t = -t_0\gamma^2$, $x = x_0$. В этой точке

$$K^2 - 1 + \gamma^2 = 0 \tag{2.17}$$

В результате эти две ветви образуют непрерывную мировую линию, которая отражается от области, где $K^2 \leq 0$. Только внешнее κ-поле мировой линии порождает рождение пар. Внутреннее κ-поле порождает только вихляние мировой линии и квантовые эффекты, связанные с этим вихлянием. Мировая линия проникает внутрь тахионной области, где $K^2 \leq 0$. При $-t_0 < t$ скорость частицы

$$\left|\frac{dx_\pm}{dt}\right| = \left|\frac{p_1}{m}\frac{1}{\sqrt{\frac{t}{t_0}+\gamma^2}}\right| < c, \quad \text{если } t > -t_0 \tag{2.18}$$

Однако, $\left|\frac{dx}{dt}\right| > c$, если $-t_0\gamma^2 < t < -t_0$, и $K^2 < 0$. В этой области мировая линия пространственноподобная. Мы будем называть тахионной областью ту область пространства-времени, где $K^2 < 0$ и мировая линия пространственноподобная. Мировая линия отражается от тахионной области, хотя она может проникать в нее.

Энергия рожденной пары берется от энергии κ-поля. Это утверждение следует из выражения для тензора энергии-импульса T^{ik} для системы из N тождественных частиц [6]

$$\begin{aligned} T^{ik} \;&=\; \sum_{A=1}^{A=N}\frac{\hbar^2}{c}\frac{\sqrt{\dot{x}^s_{(A)}\dot{x}_{(A)s}}\left(\kappa^i\left(x_A\right)\kappa^k\left(x_A\right)+\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x_{(A)i}}\kappa^k\left(x_A\right)+\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x_{(A)k}}\kappa^i\left(x_A\right)\right)}{M_{(A)}\left(x_{(A)}\right)} \\ &+\sum_{A=1}^{A=N}M_{(A)}\left(x_{(A)}\right)c\frac{\dot{x}^i_{(A)}\dot{x}^k_{(A)}}{\sqrt{\dot{x}^s_{(A)}\dot{x}_{(A)s}}} \end{aligned} \tag{2.19}$$

Здесь $x_{(A)}$ суть координаты А-ой частицы и $M_{(A)} = K_{(A)}m$ есть ее эффективная масса. Второй член в (2.19) описывает энергию-импульс частиц, тогда как первый член описывает энергию-импульс κ-поля. Из (2.19) следует, что энергия κ-поля максимальна в тех точках, где эффективная масса $M_{(A)}$ минимальна, т.е. в окрестности границы тахионной области, тогда как энергия частиц в этих точках минимальна.

3 Генерация κ-поля при столкновениях частиц

Мы показали, что внешнее κ-поле может осуществлять рождение пар. Нужно еще показать, что κ-поле может генерироваться при столкновении релятивистских частиц. Из рассмотрения экспериментальных данных следует ожидать, что рождение пар возникает при лобовом столкновении заряженных релятивистских частиц. Рассмотрим случай, когда релятивистская частица отражается от стенки, порожденной электромагнитным полем.

Пусть волновая функция двух пучков частиц имеет вид

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 \tag{3.1}$$

$$\psi_1 = A \int e^{-\frac{\Delta^2 (k-p)^2}{\hbar^2}} \exp\left(\frac{ik}{\hbar}x - \frac{ik_0}{\hbar}t\right) dk \tag{3.2}$$

$$\psi_2 = A \int e^{-\frac{\Delta^2 (k+p)^2}{\hbar^2}} \exp\left(\frac{ik}{\hbar}x - \frac{ik_0}{\hbar}t\right) dk \tag{3.3}$$

Мы рассмотрим ультрарелятивистский случай, когда $k_0 \simeq |\mathbf{k}|$. В этом случае расчет ψ_1 и ψ_2 дает

$$\psi_1 = \frac{A\hbar}{\sqrt{\pi}\Delta} \exp\left(\frac{ip}{2\hbar}x - \frac{ip}{2\hbar}t\right) \exp\left(-\frac{1}{4\Delta^2}(x-t)^2\right) \tag{3.4}$$

$$\psi_2 = \frac{A\hbar}{\sqrt{\pi}\Delta} \exp\left(-\frac{ip}{2\hbar}x - \frac{ip}{2\hbar}t\right) \exp\left(-\frac{1}{4\Delta^2}(x+t)^2\right) \tag{3.5}$$

Оба волновых пакета имеют эффективную ширину Δ в окрестности точки столкновения $t = 0, x = 0$.

Тогда волновая функция (3.1) имеет вид

$$\psi_1 + \psi_2 = \frac{A\hbar}{\sqrt{\pi}\Delta} \exp\left(-\frac{ip}{2\hbar}t\right) \begin{pmatrix} \exp\left(-\frac{1}{4\Delta^2}\left(x^2+t^2\right)\right)\cos\left(\frac{p}{2\hbar}x\right) \\ +\exp\left(-\frac{xt}{2\Delta^2} - \frac{ip}{2\hbar}x\right) + \exp\left(\frac{xt}{2\Delta^2} + \frac{ip}{2\hbar}x\right) \end{pmatrix} \tag{3.6}$$

$$\begin{aligned} \rho \;=\; & \exp\left(-\frac{1}{2\Delta^2}\left(x^2+t^2\right)\right)\exp\left(-\frac{xt}{2\Delta^2}\right) + \exp\left(\frac{xt}{2\Delta^2}\right) \\ & + e^{-\frac{ip}{\hbar}x}\exp\left(-\frac{1}{2\Delta^2}\left(x^2+t^2\right)\right) + e^{\frac{ip}{\hbar}x}\exp\left(-\frac{1}{2\Delta^2}\left(x^2+t^2\right)\right) \end{aligned} \tag{3.7}$$

Мы будем рассматривать ρ в окрестности точки $x = 0$. Разлагая $\sqrt{\rho}$ по степеням x, получаем

$$\sqrt{\rho} = 2e^{-\frac{\Delta^2 t^2}{4\hbar^2}}\left(1 - \frac{x^2}{8}\left(\frac{p^2}{\hbar^2} - \frac{\Delta^4 t^2}{\hbar^4} + \frac{2\Delta^2}{\hbar^2}\right)\right) + O\left(x^3\right) \tag{3.8}$$

Подсчитаем

$$K^2 = 1 + \frac{\hbar^2}{m^2}\frac{1}{\sqrt{\rho}}\partial_i\partial^i\sqrt{\rho} \tag{3.9}$$

как функцию от t и $x = 0$. Получаем

$$\partial_0\partial_0\sqrt{\rho(t,0)} = \frac{1}{2}\left(-\frac{\Delta^2}{\hbar^2} + \frac{\Delta^4 t^2}{4\hbar^4}\right)e^{-\frac{\Delta^2 t^2}{4\hbar^2}} \tag{3.10}$$

$$-\left[\partial_x\partial_x\sqrt{\rho(t,x)}\right]_{x=0} = \frac{1}{2}\left(\frac{p^2}{\hbar^2} - \frac{\Delta^4 t^2}{\hbar^4} + \frac{2\Delta^2}{\hbar^2}\right)e^{-\frac{\Delta^2 t^2}{4\hbar^2}} \tag{3.11}$$

Имея в виду, что

$$\sqrt{\rho(t,0)} = 2e^{-\frac{\Delta^2 t^2}{4\hbar^2}} \tag{3.12}$$

получаем из (3.9) - (3.12)

$$\left[K^2\right]_{x=0} = 1 + \frac{1}{4}\left(\frac{p^2}{m^2} - \frac{3}{4}\frac{\Delta^2}{m^2}\frac{t^2\Delta^2}{\hbar^2} + \frac{\Delta^2}{m^2}\right) = 1 + \frac{1}{4}\left(\frac{p^2}{m^2} - \frac{\Delta^2}{m^2}\left(\frac{3}{4}\frac{t^2\Delta^2}{\hbar^2} - 1\right)\right) \tag{3.13}$$

Поскольку $\Delta \approx p >> m$, то при $t >> \hbar/\Delta$, $K^2 < 0$ и $|K^2| >> 1$. Однако при $t^2 < \frac{4\hbar^2}{3\Delta^2}$ K^2 положительно. Это означает, что условия для рождения пар выполняются на периферии волновых пакетов.

Таким образом, появление тахионной области, которая необходима для объяснения рождения пар, может быть объяснена в рамках классической динамики стохастических релятивистских частиц. Однако объяснить это в рамках квантовой теории поля не удается.

Список литературы

[1] J. E.Moyal, *Proc. Cambr. Phil. Soc.,* **45**, 99, (1949).

[2] I. Fényes, *Zs. f. Phys.*, **132**, 81, (1952).

[3] Yu.A. Rylov, Quantum Mechanics as a theory of relativistic Brownian motion. *Ann. Phys. (Leipzig).* **27**, *1-11 (1971).*

[4] Yu.A. Rylov, Quantum mechanics as relativistic statistics.I: The two-particle case. *Int. J. Theor. Phys.* **8**, *65-83, (1973)*

[5] Yu.A. Rylov, Quantum mechanics as relativistic statistics.II: The case of two interacting particles. *Int. J. Theor. Phys.* **8**, *123-139. (1973).*

[6] Yu.A. Rylov, Logical reloading. What is it and what is a profit from it? *Int. J. Theor,* ***53****, iss. 7, pp.2404-2433, (2014),* DOI: 10.1007/s10773.014.2039.3

[7] Yu. A. Rylov, Uniform formalism for description of dynamic, quantum and stochastic systems. *e-print/physics/0603237v6*

[8] Yu.A. Rylov, Quantum mechanics as a dynamic construction *Found. Phys.* **28**, *No.2, 245-271, (1998)*

[9] Yu.A. Rylov, Spin and wave function as attributes of ideal fluid. *J. Math. Phys.* **40**, *256 -278, (1999)*

[10] E. Madelung, *Z.Phys.* **40,** (1926), 322.

[11] Yu.A. Rylov), On quantization of non-linear relativistic field without recourse to perturbation theory. *Int. J. Theor. Phys.* **6**, *181-204, (1972).*

[12] Ю.А.Рылов, О связи между вектором энергии-импульса и каноническим импульсом в релятивистской механике *ТМФ.* **5**, 333-337, (1970).

[13] Yu.A. Rylov, Statistical conception of quantum field theory. *J. Math. Phys.* **35**, *pp. 3922 - 3935, (1994).*

[14] Yu.A. Rylov, Classical description of pair production. *e-print* /physics/0301020.